# 量子统计

全同性假设：交换两个粒子不改变概率，即

$$\left|\psi(\cdots\vec{r}_i,\cdots,\vec{r}_j,\cdots)\right|^2=\left|\psi(\cdots\vec{r}_j\cdots\vec{r}_i\cdots)\right|^2$$

也即 $\psi(\cdots\vec{r}_i\cdots\vec{r}_j\cdots)=\mp\psi(\cdots\vec{r}_j\cdots\vec{r}_i\cdots)$

$\rightarrow$ $\left\{\begin{array}{lll}\text{费米子} & \text{反对称} & \text{自旋为半奇整数} \\ \text{玻色子} & \text{对称} & \cdots\cdots\text{整数}\end{array}\right\}$ 统计性质不同

态密度：

- 三维势箱模型 $E=\frac{\hbar^2}{2m}k^2$. $\Delta\vec{k}=\frac{\pi}{a}\cdot\frac{\pi}{b}\cdot\frac{\pi}{c}=\frac{\pi^3}{V}$.
- 能级准连续性，求和 → 积分.
- $\sigma=2s+1$ 自旋简并度.

$$\frac{N}{V}=\frac{1}{V}\sum_{\vec{k},\sigma}f(\vec{k})=\underbrace{\boxed{\sigma\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}}}_{\sum}f(\vec{k})$$

$$=\sigma\cdot\frac{1}{2\pi^2}\int k^2dk\,f(k)$$

$$=\underbrace{\boxed{\frac{\sigma}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int\sqrt{E}\,dE}}_{\sum}f(E)$$

$$\frac{U}{V}=\frac{1}{V}\sum_{\vec{k},\sigma}E(\vec{k})f(\vec{k})$$

费米-狄拉克分布

$$f_{FD}(E)=\frac{1}{e^{\beta(E-\mu)}+1} \qquad \beta=\frac{1}{K_BT}.$$

$\mu$：化学势.

$f(E)\le 1 \rightarrow$ 泡利不相容原理：一个态上只有一个粒子.

△零温时：

费米能 $E_F \equiv \mu(0)$. 分布 $f(E)=\begin{cases}1 & E<E_F\\ 0 & E>E_F\end{cases}$

费米波数 $k_F$、费米温度 $T_F$：

$$E_F=\frac{\hbar^2}{2m}k_F^2=K_BT_F.$$

粒子只填充 $k\le k_F$ 的区域. 形成费米球.

计算：① $k_F=\left(3\pi^2\frac{N}{V}\right)^{1/3}$. 由粒子密度决定.

② $E_F=\frac{\hbar^2}{2m}k_F^2$

③ $T_F=\frac{E_F}{k_B}$

平均能量 $\frac{\langle E\rangle}{N}=\frac{\int E\sqrt{E}\,\theta(E_F-E)\,dE}{\int\sqrt{E}\,\theta(E_F-E)\,dE}=\frac{\int_0^{E_F}E^{3/2}dE}{\int E^{1/2}dE}=\frac{3}{5}E_F.$

玻色-爱因斯坦分布

$$f_{BE}(E)=\frac{1}{e^{\beta(E-\mu)}-1} \qquad \text{要求 } \mu\le 0.$$

△光子气体. $\mu=0$.

$$n(\nu,T)d\nu=V\times 2\times\frac{4\pi\nu^2d\nu}{c^3}\frac{1}{e^{\beta h\nu}-1}$$

普朗克分布 $u(\nu,T)d\nu=V\times 2\times\frac{4\pi\nu^2d\nu}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\beta h\nu}-1}=V\cdot\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\beta h\nu}-1}$

# 核物理

$u = 931.494\,MeV/c^2$.

结合能 $B(Z,A) = [Zm_p + (A-Z)m_n - m]c^2$

平均结合能 $\frac{B}{A}$.

放射性衰变

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

衰变率 $R = -\frac{dN}{dt}$ 单位 $Bq = s^{-1}$

$$R = R_0 e^{-\lambda t} = R_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

半衰期 $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

短寿命衰变：测量R随时间的减小.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\ln[R_0/R(t)]} t$$

长寿命衰变：

$$\lambda = \frac{R}{N}.$$

α衰变

衰变能 $Q_\alpha = T_\alpha + T_r = [m_X - (m_Y + m_{He})]c^2$

$$= \frac{A}{A-4} T_\alpha$$

β衰变

$\beta^-$衰变能极大值 $Q_\beta = (m_X - m_Y - m_e)c^2 = (M_X - M_Y)c^2$

$\beta^+$衰变能极大值 $Q_\beta = [M_X - M_Y - 2m_e]c^2$.

电子俘获 $Q_\phi = (M_X - M_Y)c^2$

反冲.

$$p_A = p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$$

$$E_A = \frac{p_A^2}{2m} = \frac{E_\gamma^2}{2mc^2}$$

粒子分类和守恒.

- 基本粒子
  - 场量子
    - 光子
    - 胶子
    - $W^\pm, Z^0$
    - 引力子
  - 轻子 lepton
    - $e^-, \nu_e, e^+, \bar{\nu}_e$
    - $\mu^-, \nu_\mu, \mu^+, \bar{\nu}_\mu$
    - $\tau^-, \nu_\tau, \tau^+, \bar{\nu}_\tau$
  - $s=\frac{1}{2}$ 夸克
- ↓ 强子 hadron
  - meson 介子 玻色子 $q\bar{q}$
    - K
    - $\pi, \rho, \omega, J/\psi$
  - baryon 重子 费米子 $qqq$. $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$
    - 核子 $p, n, \Delta^+$
    - 超子 hyperon

守恒律

轻子数守恒.

$e^-, \nu_e \rightarrow L_e = +1.$ $e^+, \bar{\nu}_e \rightarrow L_e = -1$

$\mu^-, \nu_\mu \rightarrow L_\mu = +1$ - - -

$\tau^-, \nu_\tau \rightarrow L_\tau = +1$ - - -

衰变中 $L_e$, $L_\mu$, $L_\tau$ 分别守恒.

重子数守恒

核子和超子 $B = +1$. 反重子为 $-1$.

π介子不必守恒

奇异数守恒

强互作用、电磁作用中守恒.

CPT定理

C — 电荷

P — 空间反演

T — 时间反演

联合操作下不变.