ELEYANG DESIGN

La Vita E Bella

ELEYANG DESIGN

4

Content

内容

近代

Review

复习记录

/ / / / /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 黑体辐射

▸[Def] 物体温度 T 单位时间从单位表面积辐射出来波长在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 间的辐射能量为 dE

辐射本领 $r(\lambda, T) = \dfrac{dE(\lambda, T)}{d\lambda}$ 又称辐射出射度

[Def] 总辐射强度 $E(T) = \int dE(\lambda, T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda$ 又称辐射度 单位 W/m^2

[Def] 吸收本领 $a(\lambda, T) = \dfrac{E_{吸收}}{E_{入射}}$

▸[Theorem] 基尔霍夫辐射定律

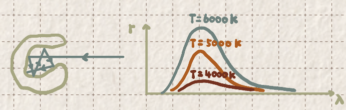
在热平衡条件下 任何物体在同一温度 T 下 $r(\lambda, T)$ 与 $a(\lambda, T)$ 成正比

$$\frac{r_1(\lambda, T)}{a_1(\lambda, T)} = \frac{r_2(\lambda, T)}{a_2(\lambda, T)} = \cdots = r_0(\lambda, T)$$

[Remark] (1) 一个好的吸收体也是一个好的辐射体

(2) $r_0(\lambda, T)$ 对应 $a_0(\lambda, T) \equiv 1$ 称黑体

求 $r_0(\lambda, T)$ 黑体辐射



[Theorem 1] 斯特藩-玻尔兹曼定律

黑体总辐射本领与绝对温度的四次方成正比：

$E(T) = \sigma T^4$

[Theorem 2] 维恩位移律

在任何温度下 黑体辐射本领的峰值波长 λ_m 与绝对温度成反比：

$\lambda_m T = b$

~ 维恩公式 $r_0(\lambda, T) = C_1 \lambda^{-5} e^{-C_2/\lambda T}$

~ 瑞利-金斯公式 $r_0(\lambda, T) = 2\pi c \lambda^{-4} kT$

▸[Prop] 普朗克能量子假设

① 谐振子与辐射场交换的能量只能是某个基本单元 ε_0 的整数倍 $\varepsilon = \varepsilon_0 \ 2\varepsilon_0 \ 3\varepsilon_0 \cdots$

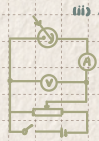
② 基本单元 ε_0 与辐射频率成正比 $\varepsilon_0 = h\nu$

[Theorem] 普朗克黑体辐射公式 $r_0(\lambda, T) = \dfrac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \dfrac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} = \begin{cases} \lambda 很小 & \dfrac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/kT\lambda} \\ \lambda 很大 & \dfrac{2\pi c}{\lambda^4} kT \end{cases}$

§. 光电效应

▸[Prop] (i) 饱和电流 $U\uparrow$ I 先↑后不变 → 饱和值 I_0 $I_0 \propto E$

(ii) 遏止电压 接通反向电流(压) $U\uparrow$ 到一定值时 (U_0) $I = 0$

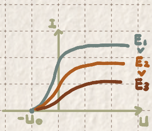


$eU_0 = \frac{1}{2} m v_m^2$

(iii) 截止频率 改变 ν U_0 改变 $\nu\downarrow$ 到一定值时 (ν_0) $U_0 = 0$

ν_0 与材料有关 $U_0 - \nu$ 斜率一定

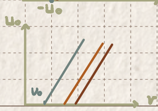
(iv) 弛豫时间



▸[Theorem] 爱因斯坦光子理论

光本身是由一个个集中存在的、不可分割的能量子组成

$\varepsilon = h\nu = \frac{1}{2} m v^2 + A$ A: 逸出功



[Remark] ① 截止红限 $\nu_0 = \dfrac{A}{h}$

② $U_0 e = \frac{1}{2} m v^2 = h\nu - A$

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Keywords 关键词 | Notes 笔记

§. 康普顿效应

▸[Theorem] 光子动量 $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

▸[Prop] 康普顿效应理论解释

散射光波长 λ↑ 的光子解释

$$\begin{cases} 能量守恒 & h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \\ 动量守恒 & \frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{n} + m\vec{v} \end{cases}$$

相对论 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

解得 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$

§. 玻尔氢原子理论

▸[Prop] 定态假设 假定原子中电子只能处于一系列分立的圆轨道上绕核转动；电子在固定轨道上运动时不辐射电磁波

跃迁假设 $h\nu_{nm} = E_n - E_m$ $\qquad E_n = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$

轨道角动量量子化假设 $L = mvr = n\frac{h}{2\pi}$

▸[Theorem] 半径量子化 $r = r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 h^2}{4\pi^2 me^2}\cdot\frac{n^2}{Z}$

玻尔半径

记 $a_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0 h^2}{4\pi^2 me^2}$ (H基态轨道半径) $\approx 0.5\times10^{-10}$ m $\quad r_n = a_1\frac{n^2}{Z}$

能量量子化 $E = E_n = -\frac{2\pi^2 me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2h^2}\frac{Z^2}{n^2}$

记 $E_1 = -\frac{2\pi^2 me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2h^2} = -13.6\text{eV}$ $\qquad E_n = E_1\frac{Z^2}{n^2}$

速度量子化 $v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = \frac{2\pi e^2}{4\pi\varepsilon_0 h}\cdot\frac{Z}{n}$

▸[Def] $R_\infty = \frac{me^4}{4\pi(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^3c}$ $\qquad R_A = \frac{1}{1+\frac{m}{M_A}}R_\infty$

Summary 总结

Chapter Ⅱ

Title 量子力学基础

Date /

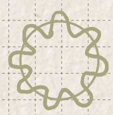
Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 微观粒子波动性

▸[Prop] 德布罗意 物质波假设

$E = h\nu$, $p = \frac{h}{\lambda}$ or $E = \hbar\omega$ $\vec{p} = \hbar\vec{k}$

Ex 从德布罗意关系 到 玻尔量子化条件



电子波稳定存在条件：驻波

$2\pi r = n\lambda$ $p = \frac{h}{\lambda}$

$\mapsto rp = n\frac{h}{2\pi} = L = n\hbar$

电子衍射实验

衍射极大值布拉格公式 $2d\sin\varphi = n\lambda$

$n=1$ 时 $\lambda = 2d\sin\varphi = b\sin\theta$

§. 不确定关系

▸[Theorem] $\delta x\, \delta p_x \geq h$ $\delta y\, \delta p_y \geq h$ $\delta z\, \delta p_z \geq h$ $\Delta E\, \Delta t \geq h$

推导

考虑强度主极大区域 $\theta \approx \pm\frac{\lambda}{a}$

$\Delta x = a$

$\Delta p_x = p\sin\theta = p\frac{\lambda}{a} = \frac{h}{\Delta x}$

考虑次极大 则 $\Delta p_x \Delta x \geq h$

$a\downarrow$ $\frac{\lambda}{a}\uparrow$ $\theta\uparrow$ $(\Delta x\downarrow \Delta p_x\uparrow)$

Ex H中电子 设对 v 测量可准确到 1%

$v_1 = \frac{\hbar}{m a_1} \approx 10^6\ m/s$

$\Delta v = 10^4\ m/s$

$\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p} = \frac{h}{m\Delta v} \approx 7\times10^{-8}\ m$

* 电子可存在范围 $10^{-10}\ m$ $\mapsto$ 无法测量轨道

Ex 定性分析原子稳定性

设H中电子定域在 r 区域内 $\Delta x = r$ Δp 取 $\frac{\hbar}{r}$ p 取 $\frac{\hbar}{r}$

$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mr^2} \mapsto E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

稳定时 $\frac{\partial E}{\partial r} = -\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0 \mapsto r = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$

§. 波函数

▸[Def] 对于自由粒子 E, p 确定. 根据德布罗意关系 描述自由粒子的波函数为 ν 与 λ 确定的平面波

$\psi(x, y, z, t) = A e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} = A e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)}$ A: 振幅

描述粒子运动状态的波函数绝对值平方 $|\psi(x\ y\ z\ t)|^2$ 表示 t 时刻粒子在 $(x\ y\ z)$ 附近单位体积内出现的概率

[Remark] (i) 波函数一般为一个复数函数 不可转化为三角函数

$\psi = A\cos\frac{1}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)$ $|\psi|^2 = A^2\cos^2[\frac{1}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)] \neq A^2$

(ii) 波函数允许乘以任意常数

归一化条件(规范) $\int|\psi|^2 d\tau = 1$

(iii) 波函数有限、单值、连续

▸[Theorem] 态叠加原理 if ψ_1 ψ_2 为微观系统两个可能的状态

Keywords 关键词 | Notes 笔记

then 它们的线性叠加 $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 也为一个可能状态　$c_1\ c_2\ \forall$常数

§. 薛定谔方程

▸[Prop] 薛定谔方程应满足:

(i) 必须含有波函数对 t 的一阶导数

(ii) 线性齐次方程

(iii) 低速下粒子运动方程 ($E = \frac{p^2}{2m}$)

(iv) 不包含 E、p 等状态参量

自由粒子分析

$$\psi(x,y,z,t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Et)}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}E\psi \qquad \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar}p_x\psi \qquad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{p_x^2}{\hbar^2}\psi$$

利用 $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$ 消元

$$\Rightarrow i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi$$

▸[Theorem] 对 $\forall$ 粒子　势能 $U(x\ y\ z\ t)$　$E_k = \frac{p^2}{2m}$，薛定谔方程 $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi$

定态薛定谔方程

if $U(\vec{r},t) = U(\vec{r})$　势能不显含时间

then $\psi(\vec{r},t)$ 可写作 $\psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})f(t)$

此时薛定谔方程 $\frac{i\hbar}{f(t)}\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{\psi(\vec{r})}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r})\right]$　(*)

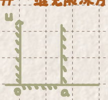
由于 $\vec{r}$ t 相互独立　则为使等式成立　(*) = const　以 E 表示

$$\begin{cases} i\hbar\frac{df(t)}{dt} = Ef(t) \longmapsto f(t) = Ce^{\frac{-iE}{\hbar}t} \\ -\frac{\hbar}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \end{cases}$$

解得 $\psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$

§. 薛定谔方程应用

一维无限深方势阱



$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & x \le 0,\ x \ge a \end{cases}$$　粒子限制在 $0 < x < a$ 的区间内运动

$U(x)$ 不显含 t $\longmapsto$ 定态薛定谔方程

(i) $0 < x < a$　$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$　$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$　其通解为 $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$

$\Vdash\!\longrightarrow$ 一个向右传播的平面波 e^{ikx} + 一个向左传播的平面波 e^{ikx} 叠加

(ii) $x \le 0$　$x \ge a$　$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \lambda^2\psi = 0$　$\lambda^2 = \frac{2m(U-E)}{\hbar^2}$　其通解为 $\psi(x) = Ce^{\lambda x} + De^{-\lambda x}$

考虑到 $\lambda \to \infty$　$\begin{cases} x \ge a\text{时} & C = 0 \\ x < 0\text{时} & D = 0 \end{cases}$　则 $\psi(x) \equiv 0$

$\Vdash\!\longrightarrow$ 粒子不可能进入 $x \le 0$　$x \ge a$ 区域

(iii) 考虑到波函数连续性　$\psi(0) = 0 = A + B$

$$\psi(x) = A(e^{ikx} - e^{-ikx}) = 2iA\sin kx$$

$$\psi(a) = 0 = 2iA\sin ka$$

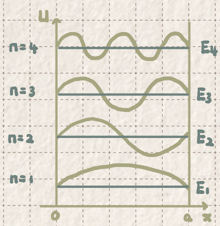
$ka = n\pi$　k 取 $\frac{\pi}{a}$ 整数倍

(iv) 考虑到波函数归一化条件

$$\int|\psi(x)|^2dx = (2iA)^2\int_0^a \sin^2\frac{n\pi x}{a}dx$$

$$= (2iA)\cdot\frac{a}{2} = 1 \qquad 2iA = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

最终得到 $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a}$



$$E = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2$$

Content
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Keywords 关键词 | Notes 笔记

一维谐振子

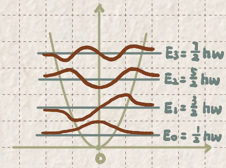
$U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 薛定谔方程 $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$

代入 $U(x)$ 得 $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi = E\psi$

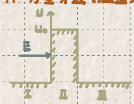
变系数常微分方程 求解复杂 这里从略 下面给出一些结果

(i) $E = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega$ $n = 0, 1, 2 \cdots$

(ii) 不同定态的波函数 $\psi(x)$ 大致如下



势垒穿透 (隧道效应)



$U = \begin{cases} U_0 & 0<x<a \\ 0 & x\leq 0 \quad x\geq a \end{cases}$ $E < U_0$

分区写出定态薛定谔方程
$$\begin{cases} \text{I} & \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi_1 = 0 \\ \text{II} & \frac{d^2\psi_2}{dx^2} - \frac{2m(U_0-E)}{\hbar^2}\psi_2 = 0 \\ \text{III} & \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi_3 = 0 \end{cases}$$

令 $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ $k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U_0-E)$

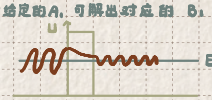
解得
$$\begin{cases} \text{I} & \psi_1 = A_1e^{ik_1x} + B_1e^{-ik_1x} \\ \text{II} & \psi_2 = A_2e^{k_2x} + B_2e^{-k_2x} \\ \text{III} & \psi_3 = A_3e^{ik_1x} + B_3e^{-ik_1x} \end{cases}$$

$\mapsto$ 第一项: 入射 第二项: 反射

$\mapsto$ 不存在"⇐"方向波 $B_3 = 0$

考虑连续性
$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)_0 = \left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_0 \\ \psi_2(a) = \psi_3(a) \\ \left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_a = \left(\frac{d\psi_3}{dx}\right)_a \end{cases}$$

对给定的 A_1 可解出对应的 B_1 A_2 B_2 A_3



从波的角度. 尽量粒子 $E < U_0$ 仍可以有一定概率穿透势垒到另一边去

▸[Def] 透射系数: 透射波概率密度与入射波概率流密度之比

$$D = \frac{|A_3^2|}{|A_1^2|} = \frac{16E(U_0-E)}{U_0^2}e^{-2k_2a} = \frac{16E(U_0-E)}{U_0^2}e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\,a}$$

§. 薛定谔方程定性讨论

▸[Prop1] 方程解的变化趋势

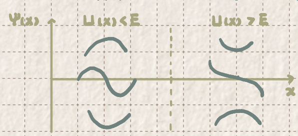
考虑 $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$ 的一维形式:

$$\psi''(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\psi(x)$$

现作如下讨论:

(i) $U(x) < E$ $\psi''(x)$ 与 $\psi(x)$ 符号相反 $\begin{cases} \psi(x) > 0 & \psi''(x) < 0 & 凸 \\ \psi(x) < 0 & \psi''(x) > 0 & 凹 \end{cases}$

$U(x) > E$ $\psi''(x)$ 与 $\psi(x)$ 符号相同 $\begin{cases} \psi(x) > 0 & \psi''(x) > 0 & 凹 \\ \psi(x) < 0 & \psi''(x) < 0 & 凸 \end{cases}$



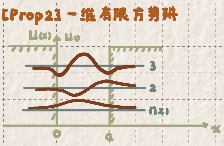
(ii) $U(x) > E$ 为经典禁区

① 波函数不可以取 0

② 波函数只能是指数型衰减解

(iii) $E - U(x)$ 越大 振荡变化越快

▸[Prop2] 一维有限方势阱



$U(x) = \begin{cases} 0 & 0<x<a \\ U_0 & x\leq 0,\ x\geq a \end{cases}$

定性分析: (1) 粒子约束在一定势场区域内 能量是量子化的

(2) 经典允许区域内: 振荡型 禁区内: 指数衰减为 0

§. 量子力学中力学量

▸[Def] $\hat{F}$ 表示算符 作用在函数 u 上 得出另一函数 v

$\hat{F}u = v$

if $\hat{F}u = \lambda u$ then 称其为 $\hat{F}$ 的本征方程 λ: 本征值 u: $\hat{F}$ 属于 λ 的本征函数

▸[Theorem] $\bar{A} = \frac{\int A\cdot P\,dx}{\int P\,dx}$ $P\,dx$: A的分布概率

则对 $\psi(x)$ 粒子处于 x 概率密度 $|\psi(x)|^2 = \psi^*(x)\psi(x)$ $\psi = a+bi$ $\psi^* = a-bi$

Content
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Keywords 关键词

Notes 笔记

$$\bar{x} = \frac{\int \psi^*(x)\, x\, \psi(x)\, dx}{\int \psi^*(x)\psi(x)\, dx} \xlongequal{\psi(x)\text{归一化}} \int \psi^*(x)\, x\, \psi(x)\, dx$$

线性厄米算符

▸[Def] 线性算符 $\hat{F}(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1\hat{F}\psi_1 + c_2\hat{F}\psi_2$

厄米算符 $\int \psi^* \hat{F} \varphi\, dx = \int (\hat{F}\psi)^* \varphi\, dx$

[Prop] (i) 厄米算符本征值为实数

(ii) 厄米算符在任意态中平均值为实数

(iii) 厄米算符属于不同本征值的本征函数彼此正交

▸[Def] 对易关系 $[\hat{F}, \hat{G}] = \hat{F}\hat{G} - \hat{G}\hat{F}$ $[\hat{F}, \hat{G}]$ 称对易子 $[\hat{F}, \hat{G}] = 0$ 称 F.G 对易

Ex $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ $\hat{x} = x$

$\hat{x}\hat{p}_x\psi = -i\hbar x\frac{\partial\psi}{\partial x} \neq \hat{p}_x\hat{x}\psi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(x\psi)$

$[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar$

常见算符

力学量 $F(\vec{r}, \vec{p})$ 将 $\vec{p}$ 代换为 $-i\hbar\nabla$ 即得出对应 $\hat{F}$

$$\begin{cases} \hat{r} = \vec{r} \\ \hat{p} = -i\hbar\nabla \\ \hat{L} = \hat{r} \times \hat{p} = -i\hbar\vec{r} \times \nabla \\ \hat{E}_k = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \end{cases}$$

Summary 总结

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Title 原子 Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记	Review 复习记录 / / / / /

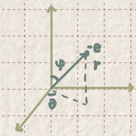
§. 氢原子量子力学

▸[Prop] 氢原子中电子 电势能 $U=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

解定态薛定谔方程 $-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\psi-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}\psi=E\psi$

$\psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$

则有
$$\begin{cases}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m^2\Phi=0\\ \frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta})+(\lambda-\frac{m^2}{\sin^2\theta})\Theta=0\\ \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{dR}{dr})+[\frac{2m_e}{\hbar^2}(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r})-\frac{\lambda}{r^2}]R=0\end{cases}$$



[Remark] 球坐标系中

$$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})+\frac{1}{r^2}[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}]$$

[Result] 在 $E<0$ 的情况下 上述方程具有符合标准条件的非0解，由此得到三个量子数

主量子数 n 决定能量 $E_n=-\frac{m_e e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$ $n=1,2,3\cdots$

角量子数 l 决定角动量 $L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$ $l=0,1,2\cdots n-1$ (n)

磁量子数 m 决定角动量z分量 $L_z=m\hbar$ $m=l,l-1,\cdots 0\cdots,-l$ $(2l+1)$

[Remark] 一个能级对应状态数为 n^2

结论分析

(i) L_z 始终小于 L $\mapsto$ $\vec{L}$ 不可能恰好指向外磁场方向：

$\Delta L_x\Delta\varphi_x\geq h$ $\Delta L_y\Delta\varphi_y\geq h$ $\Delta L_z\Delta\varphi_z\geq h$

if L 沿 z $L_x=L_y=0$ $L_z=L$ 则 φ_x φ_y φ_z 完全不确定

$\mapsto$ 球对称 $\vec{L}=0$ 矛盾

(ii) $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)=\underbrace{R_{nl}(r)}_{\text{径向波函数}}\underbrace{Y_{lm}(\theta,\varphi)}_{\text{角向波函数}}=R_{nl}(r)\Theta_{lm}(\theta)\Phi_m(\varphi)$

(iii) 宇称：波函数在空间反射变换下的对称性质 氢原子单电子波函数宇称 $(-1)^l$

$\psi(-\vec{r})=\psi(\vec{r})$ 正/偶宇称 $\psi(-\vec{r})=-\psi(\vec{r})$ 负/奇宇称

§. 电子自旋

[Pt.1] 施特恩-格拉赫实验 此小节参见原子物理

▸[Def] 轨道运动角动量 $\vec{L}$ 自旋运动角动量 $\vec{S}$

耦合总角动量 $\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$ $|\vec{J}|=\sqrt{j(j+1)}\hbar$ $j=l+\frac{1}{2},l-\frac{1}{2}$

▸[Theorem] 泡利不相容原理 在一个原子中不可能有两个或两个以上的电子处于完全相同的量子状态

即 n,l,m,m_s 不能完全相同

▸[Def] 微观粒子都具有内禀自由度自旋

自旋为半整数为费米子（电子，质子，中子） 自旋为0或整数为玻色子（光子，介子）

费米子都遵从泡利不相容原理 玻色子都不遵从该原理

§. 壳层结构

电子运动状态描述

n 电子区域大小，电子总能量大小主要部分 l 轨道角动量 m 轨道角动量空间取向

m_s $\pm s$；自旋角动量空间取向

▸[Theorem] 具有相同主量子数 n 的电子处于同一壳层 n

同一壳层中，相同角量子数 l 的电子处于同一支壳层 ns np nd nf

[Def] 不同轨道的电子组合称为原子的电子组态 如 Na 原子基态 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

[Remark] 一个壳层中电子不同状态有 $2n^2$ 种 一个支壳层中… 有 $2(2l+1)$ 种

// 不存在外磁场时 量子数为 n l j m_j $j=l+\frac{1}{2},|l-\frac{1}{2}|$；$m_j=j,j-1\cdots 0,-j$ $(2j+1)$

Keywords 关键词

Notes 笔记

▸【Theorem】泡利原理 电子支壳层和壳层中可能具有的状态数 = 其可容纳的电子数

能量最低原理 1s 2s 2p 3s 3p 4s 3d 4p 5s 4d 5p 6s ···

§. 多电子原子问题

原子内部相互作用

(i) 电子 ⇌ 核 (ii) 电子 ⇌ 电子 (iii) L-S 耦合 (iv) S-S 耦合 (v) L-L 耦合

(vi) 一个电子 S 与另一个电子 L 耦合 (vii) 核电荷分布、相对论修正

只考虑 (i) ~ (iii) N 个电子 定态薛定谔方程

$$\begin{cases} \hat{H}\psi = E\psi \\ \hat{H} = -\sum_{i=1}^{N} \frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_i^2 - \sum_{i=1}^{N} \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_i} + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}} + \sum_{i=1}^{N} \xi(r)\vec{l}_i \cdot \vec{s}_i \end{cases}$$

【L-S 耦合】原子系统能态 $^{2S+1}(L)_J$ $S = 1, 0$ $L = L_1+L_2 \cdots |L_1-L_2|$ $J = L+S, L+S-1, \cdots, |L-S|$

$2S+1$：多重态重数 J：总角动量

Ex 3p4p $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ $\mapsto$ $S = 1, 0$

$l_1 = l_2 = 1$ $L = 2, 1, 0$

$J = 3, 2, 1;\ 2, 1, 0;\ 1$ $\mapsto$ $^3D_{3,2,1}$ $^3P_{2,1,0}$ $^3S_1$

$2;\ 1;\ 0$ $^1D_2$ $^1P_1$ $^1S_0$

▸【Theorem】跃迁选择定则

有电子原子系统宇称 $(-1)^{\sum l_i}$ 光子宇称 (-1) 光子角动量 $s=1$

(i) 宇称守恒 $(-1)^{\sum l_i} = (-1) \cdot (-1)^{\sum l_f}$

(ii) 角动量守恒 $\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{S}_光$ $\mapsto$ $J_i = J_f+1$ J_f J_f-1

可知 $\begin{cases} \Delta S = 0 & \Delta L = 0\ \pm 1 \\ \Delta J = 0\ \pm 1 \end{cases}$

【Remark】单价电子跃迁选择定则 $\Delta L = \pm 1$ $\Delta j = 0, \pm 1$

§. 激光原理

自发辐射 N_2 Δt $\longmapsto$ $\Delta N_{21} = A_{21} N_2 \Delta t$

受激辐射 ∃ ν 外来光子 $(h\nu = E_2 - E_1)$ 激励

N_2 Δt ρ_ν (能量密度) $\Delta N_{21} = B_{21} \rho_\nu N_2 \Delta t$

受激吸收 ∃ ν 外来光子 $(h\nu = E_2 - E_1)$ 被吸收

N_1 Δt ρ_ν $\Delta N_{12} = B_{12} \rho_\nu N_1 \Delta t$

▸【Def】A_{21} B_{21} B_{12} 称爱因斯坦系数

【Theorem】热平衡 T: $B_{12} N_1 \rho_\nu = A_{21} N_2 + B_{21} N_2 \rho_\nu$

考虑到 N 分布遵从玻尔兹曼分布 $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}} = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$

ρ_ν 与黑体辐射相同

$\mapsto$ $B_{12} = B_{21}$ $A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21}$

$R = \frac{A_{21}}{B_{21}\rho_\nu} = \frac{N_1}{N_2} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{kT}}$

Summary 总结

Chapter Ⅲ

Title 原子相关补充

Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记

Review 复习记录 / / / / /

§. 概率密度

▸[Theorem] 径向概率密度 $W_{n,l}(r)dr = R^2_{n,l}(r)\, r^2 dr$

$$R_{nl} \sim e^{-\frac{1}{2}\rho} \rho^l L^{2l+1}_{n-l-1}(\rho) \qquad \rho \equiv \frac{2Z}{na_0} r \qquad a_0 \equiv \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$$

[Remark] 平均半径 $\langle r \rangle = \int_0^\infty r R^2_{nl} r^2 dr = \frac{1}{2}[3n^2 - l(l+1)] a_0$

最概然半径 $r_{mp} = \frac{1}{Z} n^2 a_0$

§. 轨道角动量

▸[Def] $\hat{L} = r \times \hat{p} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ \hat{p}_x & \hat{p}_y & \hat{p}_z \end{vmatrix} = i\hbar \vec{r} \times \nabla$

$$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

施-盖实验 相关公式

$$\vec{\mu}_L = \frac{1}{2} \frac{e}{m} n \hbar (-\vec{k})$$

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \nabla \vec{B} \qquad \vec{F} = (\mu_z \frac{\partial}{\partial z}) \vec{B}$$

Summary 总结

Chapter IV*

Title 费米统计与玻色统计

Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 概念

▸[Def] 热波长 $\lambda = \frac{h}{mV_{rms}} = \frac{h}{m}\sqrt{\frac{m}{3k_BT}}$

当粒子平距间距 $a > \lambda$ 粒子性为主 $T > \frac{m}{3k_B}\left(\frac{h}{ma}\right)^2 \equiv T_0$ 简并温度

▸[Def] $\psi(\vec{r}) = -\psi(-\vec{r})$ 反对称 $\mapsto$ 费米子 自旋数半整数

包括 电子 质子 中子 μ子 中微子 夸克

$\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$ 对称 $\mapsto$ 玻色子 自旋数整数

包括 光子 π介子 介子 胶子

[Remark] 任意数目玻色子 或偶数费米子 组成的复合粒子 if $E \ll E_{结合}$ then 称为玻色子

奇数费米子 → 费米子

[Remark] 对非相对论性体系 能谱 $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

态密度为 $\frac{gV}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon$

§. 费米-狄特拉分布

▸[Theorem] 对于无相互作用粒子系统 费米系，粒子满足费米-狄拉克分布

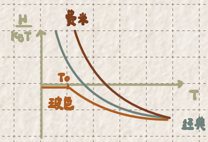
$f_{FD} = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)}+1}$ $\beta \equiv \frac{1}{k_BT}$ $T \to 0$ 时 μ(化学势) $\equiv E_F$ (费米能)

$T \to 0$ $f(E) = \begin{cases} 1 & E < E_F \\ 0 & E > E_F \end{cases}$

▸[Def] 费米波数 与费米温度 $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \equiv k_B T_F$

$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{1/3}$

[Remark] $T=0$ 时 $\frac{\langle E\rangle}{N} = \frac{3}{5}E_F$ $p = \frac{2}{3}\frac{\langle E\rangle}{V}$



§. 玻色-爱因斯坦分布

▸[Theorem] 对玻色系，粒子满足玻色-爱因斯坦分布

$f_{BE} = \frac{1}{e^{\beta(E_j-\mu)}-1}$

▸[Prop] 对黑体辐射 以光子气体处理 $\mu = 0$ (光子数不守恒)

普朗克分布 $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}}-1}d\nu$ $\mapsto$ 光子数密度 $n(\nu,T)d\nu = V\cdot 2\cdot\frac{4\pi\nu^2 d\nu}{c^3}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}}-1}$

能量密度 $u(\nu,T)d\nu = h\nu\, n(\nu,T)d\nu$

§. 玻色-爱因斯坦凝聚

▸[Prop] 求 T_0 $\mapsto$ $k_BT_0 = \frac{3.31}{g^{2/3}}\frac{\hbar^2}{m}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3}$

$\frac{N_{\varepsilon=0}}{V} = \frac{N}{V}\left[1-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\right]$ 粒子大量占据零动量态的现象称 玻-爱凝聚

§. 固体热容 *

公式结论

德拜频率 $\omega_D^3 = 6\pi^2\frac{N}{V}\bar{u}^3$ 其中 $V\frac{3}{2\pi^2\bar{u}^3}\int_0^{\omega_D}\omega^2 d\omega = 3N$

德拜频率 $\Theta_D \equiv \hbar\omega_D / k_B$

德拜理论热容 $C_V = 3Nk_B\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3\left[3\int_0^{\Theta_D/T}\frac{x^4e^x}{(e^x-1)^2}dx\right] \xlongequal{T\ll\Theta_D} \frac{12}{5}\pi^4Nk_B\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \sim T^3$

Summary 总结

Title 凝聚态 Date /

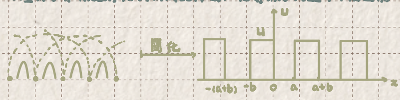
Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

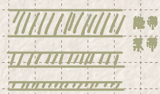
§. 能带论

▸[Def] 大量原子、分子聚集的物态称凝聚态

固体能带结构

大量原子作有规则排列形成晶体时，相邻原子间距小，相互影响，形成如下周期性势场





由于势垒宽度小，量子力学的隧道效应起作用 电子穿越势垒进入其它原子附近

简化模型中 $T = a+b$ $\quad 0<x<a \quad U=0 \qquad -b<x<0 \quad U=U$

$$(*)\begin{cases} \dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0 & 0<x<a \text{ 等} \\ \dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0 & -b<x<0 \text{ 等} \end{cases}$$

晶体中电子共有化，与自由电子相似，可假设 $\psi(x) = e^{ikx}\Phi(x) \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}$

另考虑到 $E<U$ $\quad$ 令 $\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E \quad \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U-E)$

$$(**)\begin{cases} \dfrac{d^2\Phi}{dx^2} + 2ik\dfrac{d\Phi}{dx} + (\alpha^2-k^2)\Phi = 0 & 0<x<a \\ \dfrac{d^2\Phi}{dx^2} + 2ik\dfrac{d\Phi}{dx} - (\beta^2+k^2)\Phi = 0 & -b<x<0 \end{cases}$$

其解为 $\begin{cases} \Phi_1 = Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x} \\ \Phi_2 = Ce^{(\beta-ik)x} + De^{-(\beta+ik)x} \end{cases} \xrightarrow[\text{一阶导数连续}]{\text{连续}} \begin{cases} A+B-C-D=0 \\ i\alpha A - i\alpha B - \beta C + \beta D = 0 \\ Ae^{i(\alpha-k)a} + Be^{-i(\alpha+k)a} - Ce^{-(\beta-ik)b} + De^{(\beta+ik)b} = 0 \\ i\alpha Ae^{i(\alpha-k)a} - i\alpha Be^{-i(\alpha+k)a} - \beta Ce^{-(\beta-ik)b} - \beta De^{(\beta+ik)b} = 0 \end{cases}$

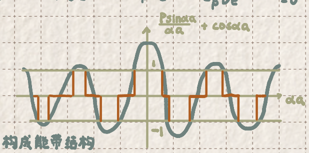
A B C D 非零解条件：行列式 $=0$

$$\frac{\beta^2-\alpha^2}{2\alpha\beta}\sinh\beta b\,\sin\alpha a + \cosh\beta b\,\cos\alpha a = \cos k(a+b)$$

考虑 U 很大 b 很小 且 $\beta b \ll 1$

令 $P = \frac{1}{\hbar^2}mUba \qquad P\frac{\sin\alpha a}{\alpha a} + \cos\alpha a = \cos ka$

由于 $|\cos ka| \le 1$ ⟼ 仅“—”可满足 ⟼ 系统满足要求的能量构成能带结构



▸[Theorem] 能带是原子间相互作用的结果，对每个原子，电子束缚于原子的运动形成离散的能级，由于原子间相互作用分裂，构成能带。对 N 个原子组成的晶体，每个能带含有 N 个能级。

▸[Remark] 能态中所有状态都被电子充满时，称为满带；未充满的能带或满带与空带重叠，称导带

(i) 绝缘体 (ii) 金属 (iii) 半导体

§. 金属电导量子理论

▸[Prop] 经典电子论存在问题

欧姆定律：$\sigma = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{v}} \qquad \sigma$：电导率 $\qquad \bar{\lambda}$：电子同晶格碰撞平均自由程

经典理论中 $\bar{\lambda}$ 与 T 无关 $\quad \bar{v} \propto \sqrt{T} \quad \longmapsto \sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \quad \rho \propto \sqrt{T}$ 与事实不符

量子理论解释

(i) 电子以一定平均速度在理想周期性势场中穿行 不与晶格碰撞 ⟼ 导电 $\bar{\lambda} = \infty \qquad \sigma = \infty$

(ii) 实际金属离子实在平衡位置附近作热振动 周期性偏离 ⟼ 势垒，电子波散射 ⟼ 电阻

电子散射弛豫时间 $\tau \rightleftharpoons \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}}$ 与 T 成反比

Keywords 关键词	Notes 笔记

§. 分形

▸ [Def] 柯赫曲线:  维数 1~2

康托集合:  维数 0~1

▸ [Def] 分形维数 $d \equiv \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}$ 即对 d 维区域内分布，以 ε^d 为尺作度量 读数为 $N(\varepsilon) \sim \frac{1}{\varepsilon^d}$

例如 n 级柯赫曲线 线段数 4^n 长度 $(1/3)^n$ $d = \frac{\ln 4^n}{\ln 3^n} = 1.26$

§. 内聚力

离子晶体

离子间势能 $V_\alpha = -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r}$ 排斥势 $V_r = \frac{A}{r^n}$

其中面心立方 $\alpha = 1.7476$ 体心立方 $\alpha = 1.7627$

$\longmapsto$ $V = -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{A}{r^n}$ $V_0 \equiv V(r_0) = -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} (1 - \frac{1}{n})$

[Def] $-V_0$: 离子内聚能，将固体分解为正负离子所需要的能量

原子内聚能 = $-V_0$ − 正离子原子电离能 + 负离子去掉额外电子所需能量

$F = -\frac{dV}{dr} = -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_0^2} (\frac{r_0}{r})^2 (1 - \frac{r_0^{n-1}}{r^{n-1}}) \approx -\alpha \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_0^2} (n-1) \frac{\Delta r}{r_0} \equiv -k\Delta r$ $k = 195\ eV/nm^2$

小振动 $w = \sqrt{\frac{k}{m}} = 9.20 \times 10^{12}\ Hz$

§. 金属自由电子模型

▸ [Prop] 势阱深度 U_0 费米能 E_F $W = U_0 - E_F$

电子离开势阱条件: $\frac{p_z^2}{2m} \geq W + E_F$ or $E \geq \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + W + E_F$

量子泻流 $d\Gamma = v_z \iint_{v_x v_y} dn = v_z \int_{k_x}\int_{k_y} f(E) \frac{2 d^3 k}{(2\pi)^3}$

泻流率 $\Gamma = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_x}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_y}{2\pi\hbar} \int_{[2m(W+E_F)]^{1/2}}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(E-E_F)}+1} \frac{\partial E}{\partial p_z} \frac{dp_z}{2\pi\hbar} = \frac{2}{\beta h^3} \iint \ln[1 + e^{-\beta(W + \frac{p_x^2+p_y^2}{2m})}] dp_x dp_y$

$\approx \frac{4\pi m}{\beta^2 h^3} e^{-\beta W}$

发射电子流 $J = -e\Gamma$

Summary 总结

Title 核物理

Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§.原子核

▸[Def] 核电荷数 Z：原子的原子序数

核质量数 A：原子核质量用原子质量单位 u 来度量的近似整数

[Prop] 电子： $q=-e$　$m_e = 9.10\times10^{-31}$ kg　$S=1/2$

质子： $q=+e$　$m_p = 1.007$ u $\approx 1836\, m_e$　$S=1/2$

光子： 中性　$m_0 = 0$　$S=1$

中子： 中性　$m_n = 1.009$ u　$S=1/2$

▸[Def] 一个核电荷数为 Z 质数数为 A 的核素 X 记为 ${}^A_Z X$　中子数 $N = A - Z$

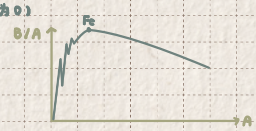
原子核基本性质

[i] 半径 $R = r_0 A^{1/3}$　$r_0 = 1.2\times10^{-15}$ m

[ii] 密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\frac{A\cdot10^{-3}}{N_A}}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = 2.3\times10^{17}\ \mathrm{kg/m^3}$

[iii] 自旋 所有的偶 A 核 自旋为 0 或整数 （其中 A. Z 均为偶数 自旋为 0）

所有的奇 A 核 自旋为半整数



[iv] 结合能

$\Delta M = Z m_p + N m_n - M_{核}$　称质量亏损

$B = (\Delta M)\,c^2$　称结合能　B/A 称平均结合能

其表示将 Z 个质子 和 N 个中子 结合成核时放出的能量 反映原子核稳定度

⊢→ 重核分裂 或轻核聚合会释放能量

§.核力

▸[Theorem] 介子理论

核子间通过交换某种媒介粒子而发生相互作用

交换虚粒子能量 $\Delta E = mc^2$　存活时间 $\Delta t < \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2}$　则力程 $r = c\Delta t < \frac{\hbar}{mc}$

快虚粒子称为介子 π^+ π^- π^0　↦ (i) 质子 $\xrightarrow{\pi^+}$ 中子　(ii) 中子 $\xrightarrow{\pi^-}$ 质子　(iii) 质子 $\xleftrightarrow{\pi^0}$ 中子

$m_{(\pi^+,\pi^-)} = 273.3\, m_e$　$m_{\pi^0} = 264\, m_e$

§.放射性衰变

▸[Theorem] 衰变规律 设 $t=0$ 时放射性原子核数目为 N_0，则 t 时刻尚存放射性核数目：

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$　λ：衰变常量，表示单位时间内发生衰变的概率 $\lambda = \frac{-dN}{N dt}$

▸[Def] 半衰期 $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$　平均寿命 $\tau = \frac{1}{\lambda} = 1.44\, T_{1/2}$

[α 衰变] ${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He$

[β 衰变] ${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e + \bar{\nu}_e$　/　$n \longrightarrow p + e + \bar{\nu}_e$

[γ 衰变] 原子核经 α/β 衰变后 子核由能量较高的激发态 自发通过发射 γ 射线 跃迁到基态或低能量态

穆斯堡尔效应

又称无反冲 γ 射线共振吸收现象

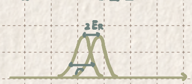
核能级 γ 跃迁遵从能量守恒 ΔE = γ 光子能量 E_γ + 核反冲动能 E_R　$E_\gamma \gg E_R$

动量守恒 $p_R = p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$

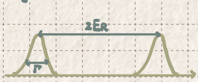
得 $E_R = \frac{p_R^2}{2M_R} = \frac{E_\gamma^2}{2M_R c^2} \approx \frac{(\Delta E)^2}{2M_R c^2}$

// 发射 γ 光子时 $E_\gamma = \Delta E - E_R$　吸收时 $E_\gamma = \Delta E + E_R$

发射与吸收能量差 $2E_R$　谱线宽度 $\Gamma \sim \frac{\hbar}{\tau}$



原子：$2E_R \ll \Gamma$



原子核：$2E_R \gg \Gamma$

Keywords 关键词	Notes 笔记

6.核反应

▸**[Theorem]** 核反应过程遵守电荷守恒、核子数守恒、质能守恒、动量守恒、角动量守恒、宇称守恒

[Def] 反应能 Q　$Q>0$ 放能；$Q<0$ 吸能

对于吸能反应 入射粒子所需最低动能称阈能 $E_{th} = \frac{m_1+m_2}{m_2}|Q|$　m_1：入射　m_2：靶

▸**[Def]** 设靶上单位面积的靶核数为 n，单位时间内入射粒子数为 I_0，其中发生反应数目为 I

反应截面 $\sigma = \frac{I}{I_0 n}$　衡量核反应发生概率

核裂变

Ex　$n + {}^{235}U \longrightarrow {}^{236}U^* \longrightarrow X + Y + in$

i 平均值为 2.47（约 2.5）

$Q = [m - (m_1+m_2)]c^2$　$\longrightarrow$ 重核平均结合能约 7.6 MeV　中核约 8.5 MeV

核聚变

Ex　${}^2_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_1H + {}^1_1H + Q$　${}^2_1H + {}^2_1H = {}^3_2He + {}^1_0n + Q$　${}^2_1H + {}^3_1H = {}^4_2He + {}^1_0n + Q$　${}^2_1H + {}^3_2He = {}^4_2He + {}^1_1H + Q$

对 2 个 ${}^2_1H$　其库仑势垒 $2E_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2R}$　$\longmapsto$　$E_K = 1.7\times10^5\,eV$

对 2 个 ${}^3_2He$　同理 $E_K = 1\,MeV$

Ex 对太阳 $T \sim 1.7\times10^7\,K$　$\rho \sim 1.5\times10^5\,kg/m^3$　$p \sim 2\times10^{16}\,Pa$　估算太阳寿命

太阳内"质子-质子反应"　${}^1_1H + {}^1_1H \longrightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu$

${}^1_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He + \gamma$　$\longmapsto$　$\begin{bmatrix} 4\,{}^1_1H \\ +4e \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2\,{}^4_2He \\ 2e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2e^+ \\ 2e \end{bmatrix} + 2\nu + 2\gamma$

${}^3_2He + {}^3_2He \longrightarrow {}^4_2He + 2\,{}^1_1H$

$\Rightarrow Q = (4m_H - m_{He})c^2 = 26.7\,MeV$　$E = Q - 2\nu = 26.2\,MeV$

氢燃烧热　$\frac{d\varepsilon}{dm} = \frac{26.2\,MeV}{4m_H} = 6.3\times10^{14}\,J/kg$

$\tau = \frac{m}{-\frac{dm}{dt}} \sim 10^{11}\,a$

Summary 总结

Chapter VII

Title 轻子与夸克

Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§.粒子分类

▶[Def] 三类基本粒子

(1) 轻子 lepton $S=\frac{1}{2}$ 包括电子、中微子、μ子、ν_μ、τ

(2) 夸克(层子) stratum $S=\frac{1}{2}$ 可组成强子

(3) 场量子 $S=1$ 或 2 包括光子、胶子、引力子

- 轻子
  - e
  - μ
  - τ
- 夸克
  - 介子
    - K
    - π ρ ω J/ψ
  - 重子
    - 核子 p n Δ
    - 超子
- 场量子
  - 光子
  - 胶子
  - $W^{\pm}$ Z^0
  - 引力子

§.相互作用

▶[Def] 强相互作用 是核子之间、核子与介子之间以及其他粒子间的相互作用

核的尺度上，介子作为强相互作用的量子；核尺度以下通过夸克间交换胶子实现

电磁作用是带电粒子之间的相互作用 通过交换光子实现

弱相互作用主要对放射性衰变、π和μ衰变等其他衰变过程负责 $n \to pe^-\bar{\nu}_e$

引力作用存在于所有有质量的粒子之间 对基本粒子现象不重要

§.守恒定律

▶[Theorem] 宏观守恒律有：动量、角动量、电荷、质能守恒

(i) 轻子数守恒 L_e L_μ L_τ

电子、电子中微子 $L_e=+1$ 正电子、$\bar{\nu}_e$ $L_e=-1$

μ子、μ型中微子 $L_\mu=+1$ 反μ子、$\bar{\nu}_\mu$ $L_\mu=-1$

τ子、τ中微子 $L_\tau=+1$ 反τ子、$\bar{\nu}_\tau$ $L_\tau=-1$

(ii) 重子数守恒 B

核子、超子 $B=+1$ 反重子 $B=-1$

(iii) 同旋位与选择定则

核子（质子与中子）拥有同位旋 I I_3 为同位旋 z 分量

$p: I_3=\frac{1}{2}$ $n: I_3=-\frac{1}{2}$ $\pi^+: I_3=1$ $\pi^0: I_3=0$ $\pi^-: -1$

(iv) 奇异数

K^+ K^0 : 1 $\Sigma^{\pm}$ Σ^0 : −1 Λ^0 : −1

K^- $\bar{K}^0$: −1 Ξ^0 Ξ^- : −2 Ω : −3 反粒子具有相反的奇异数

强相互作用、电磁过程奇异数守恒；弱相互作用衰变可改变一个单位奇异数

§.夸克

▶[Def] (1) quark 是自旋为$\frac{1}{2}$的粒子

(2) 重子由三个 quark 组成，写作 qqq $q: B=\frac{1}{3}$ $\bar{q}: B=-\frac{1}{3}$

(3) 介子由 q 和 $\bar{q}$ 组成，写作 $q\bar{q}$

(4) 存在六种不同 quark

$u: I_3=\frac{1}{2}$ $d: I_3=-\frac{1}{2}$ $s: S=-1$ c、b、t

(5) 常见核子 $p=(uud)$ $n=(udd)$

Summary 总结

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24