ELEYANG DESIGN

La Vita E Bella

ELEYANG DESIGN

3

Content

内容

电磁

Review

复习记录

/	/	/	/	/

Chapter 1

Title 静电场 Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记 Review 复习记录 / / / / /

§. 库仑定律

▶[库仑定律] $f_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$ 其中 f_{12} 表示 q_1 对 q_2 的库仑力 $\hat{r}_{12}$ 表示由 q_1 指向 q_2 单位矢量

ε_0：真空介电常量 $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\ C^2/(N\cdot m^2)$ $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2$

[电力叠加原理] $\vec{f}=\int d\vec{f}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\hat{r}}{r^2}dq=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_iq_0}{r^2}\hat{r}_i$

其中 $r_i(r)$ 分别为 $q_i(dq)$ 与 q_0 距离 $\hat{r}_i$ $(\hat{r})$ 径向单位矢量

综上，电力的基本特征是：平方反比律、与电量成正比、径向性与球对称性、可叠加性

▶[库仑定律成立条件] 静止：两点电荷相对静止 且相对于观察者静止

▶[电荷守恒定律 & 电荷的量子性]

电荷只能转移，不能创生或消灭 且物质电量只能是电子电量的整数倍

补充内容：①[夸克模型] 夸克带分数电荷 "反夸克"带等量 符号相反的电荷：

上(up)夸克	下(down)夸克	奇异(strange)夸克
$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$

②有电荷就有质量；零静止质量的粒子只能是电中性

§. 电场

▶[电场与场强] 近距作用观点认为：

电荷 $\longleftrightarrow$ $\boxed{\text{电场}}$ $\longleftrightarrow$ 电荷

电场强度矢量 E (场强)：$E=\frac{f}{q_0}$ q_0：试探电荷

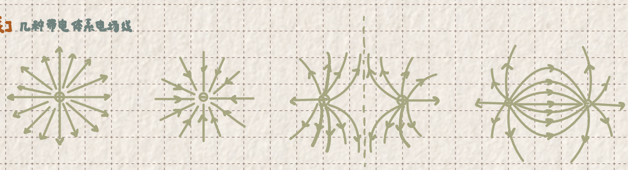
点电荷场强：$E=\frac{f}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

▶[场强叠加原理] $E=\int dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$

电偶极子由两个等量异号点电荷 $\pm q$ 构成 从 $-q\mapsto+q$ 径矢称为 l $p=ql$ 称电偶极矩(电矩)

§. 静电场高斯定律

▶[电场线] 几种带电体系电场线



对于稳定分布流速场，if 存在喷发流体的源头和聚敛流体的汇 那么相应流速线 称为有头有尾而不闭合的"有源" 反之处处无源头又无汇 称为"无源" if 流体流动形成"涡旋" 那么相应流速线 称为首尾相接无头无尾的"有旋" 反之处处无涡旋 称为"无旋"

▶[通量与环流]

[def] 通量，即流量 $Q=\oint\!\!\oint_{(S)}v\cdot dS$

if 有源 作一个包围源头/汇的闭合曲面 $\oint\!\!\oint_{(S)}v\,ds\neq0$

反之 $\forall S$ $\oint\!\!\oint_{(S)}v\,ds=0$

[def] 环流，即环量 $Q=\oint_{(L)}v\,dl$

if 有旋 沿闭合涡旋线 $\oint_{(L)}v\,dl\neq0$

反之 $\forall L$ $\oint_{(L)}v\,dl=0$

Keywords 关键词	Notes 笔记

▶[高斯定律]

电通量：通过 dS 的电通量 $d\Phi_e = E\,dS\cos\theta$ （E 与 dS 在场强方向上的投影）

$$\Phi_e = \iint_{(S)} E\cdot dS \quad / \quad \oiint_{(S)} E\cdot dS$$

[Them] 通过∀闭合曲面 S 的电通量 Φ_e 等于该闭合面所包围所有电荷代数和 $\sum q$ 除以 ε_0

$$\Phi_e = \oiint_{(S)} E\cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{(S内)} q$$

S 称为高斯面

[延伸结论] 静电场是有源的

§3. 环路定理

▶[环路定理]

[Them] 在静电场中，场强沿∀闭合环路线积分恒为0

[延伸结论] 静电场有源无旋

$$\oint_{(L)} E\,dL = 0$$

[Them.2] 静电场力对试探电荷做功与路径无关，只与起点终点位置有关

$$q_0\int_{P\,(L_1)}^{Q} E\,dL = q_0\int_{P\,(L_2)}^{Q} E\,dL$$

▶[电势]

[Def] 静电场中试探电荷 q_0 在静电力作用下 $P \mapsto Q$ 在此过程中静电力对 q_0 做功 A_{PQ} 定义为电势能的减少

$$A_{PQ} = q_0\int_P^Q E\cdot dL \overset{\text{def}}{=\!=} W_{PQ} = W_P - W_Q$$

[Def] PQ两点电势差 $U_{PQ} = U_P - U_Q \overset{\text{def}}{=\!=} \frac{W_{PQ}}{q_0} = \int_P^Q E\,dL$

即把单位正电荷从 $P \mapsto Q$ 时静电力所做功

通常规定无穷远点电势为0　$U_\infty = 0$　$U_P = U_P - U_\infty = \int_P^\infty E\,dL$

点电荷电势公式：$U_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_P}$

▶[电势叠加原理] 带电体的静电场中某点P的电势等于构成带电体的各点电荷或各电荷微元由静电场在该点电势代数和

由 $U_P = \int_P^\infty E\,dL$ 知电场强度矢量等于电势的负梯度

Summary 总结

Content
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Chapter 1

Title 静电场基本微分方程及例题 Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记	Review 复习记录 / / / / /

§.基本微分方程

∀矢量场 A 的高斯定理 / 斯托克斯定理为:

$$\oint\!\!\!\oint_{(S)} A\,dS = \iiint_{(V)} \nabla\cdot A\,dV \qquad \oint_{(L)} A\cdot dl = \iint_{(S)} (\nabla\times A)\cdot dS$$

∇:哈密顿算符(矢量微分算符) $\nabla\cdot A$:散度 $\nabla\times A$:旋度 ($\nabla\varphi$ 称为标量梯度)

$$\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad \nabla\varphi = \vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla\cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad \nabla\times A = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

$$\begin{cases} \oint\!\!\!\oint_{(S)} E\,dS = \iiint_{(V)} \nabla\cdot E\,dV = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{(V)} \rho\,dV \\ \oint_{(L)} E\,dl = \iint_{(S)} (\nabla\times E)\,dS = 0 \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} \nabla\cdot E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla\times E = 0 \end{cases}$$

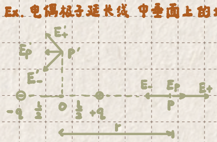
ρ 为电荷体密度

又∵ $E = -\nabla U$ $\quad \nabla\cdot E = -\nabla(\nabla U) = -\nabla^2 U = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

【泊松方程】 $\nabla^2 U = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

§.经典例题分析

Ex. 电偶极子延长线 中垂面上的场强分布



延长线: $E_+ = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{(r-\frac{l}{2})^2} \qquad E_- = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{(r+\frac{l}{2})^2}$

$$E_p = E_+ - E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rl}{(r^2-\frac{l^2}{4})^2}$$

if $r \gg l$ $\quad E_p \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2ql}{r^3} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2p}{r^3}$ $\quad p$ 为电偶极矩

中垂面: $E_+' = E_-' = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{(r^2+\frac{l^2}{4})}$

$$E = 2\cos\theta\, E_{+/-}' = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r^2+\frac{l^2}{4})}\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{(r^2+\frac{l^2}{4})^{\frac{3}{2}}}$$

if $r \gg l$ $\quad E_p' \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{ql}{r^3} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{p}{r^3}$

综上在 $r \gg l$ 时 $\begin{cases} \text{延长线} \ E \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2p}{r^3} \\ \text{中垂线} \ E \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{p}{r^3} \end{cases}$

Ex. 带电圆环 . R . Q 求轴线上场强分布

对环上 dl $\quad dq = \lambda\,dl \quad \lambda = \dfrac{Q}{2\pi R}$

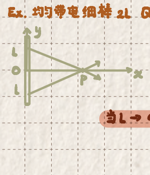
由对称性 dE 中只有 dE_x 有效

$$E = E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta$$

$$= \int \frac{\lambda\,dl}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)}\frac{x}{(x^2+R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi R} dl$$

$$= \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ex. 均匀带电细棒 2L Q . 求中垂面场强分布



由对称性 只有 dE_x 有效

$$E = \int dE_x = \int 2\,dE\cos\theta = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{L}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{L}{x\sqrt{x^2+L^2}}$$

当 $L\to\infty$ $\quad E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$ $\qquad x \gg L$ 时 $\quad E \approx \dfrac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0 x^2} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$

Keywords 关键词 | Notes 笔记

Ex. 均匀带电球壳，Q (Q>0) R 求球壳内外场强

由球对称现只分析一条径

1° $r>R$ 时 $\Phi_e = \oint\!\!\oint_{(S)} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint\!\!\oint_{(S)} E\cos\theta\, dS$

$= E\cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}$

2° $r<R$ 时 $\Phi_e = 0$

$E=0$

Ex. 设无限长均匀带电细棒 λ 求场强分布

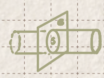
取细棒周围一圆柱面

$\Phi_e = \oint\!\!\oint_{(圆柱)} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint_{侧} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{上} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \iint_{下} \vec{E}\cdot d\vec{S}$

$= E\cdot 2\pi r l + 0 + 0 = \dfrac{\lambda l}{\varepsilon_0}$

$E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Ex. 无穷大带电面 σ 求场强分布



$\Phi_e = \oint\!\!\oint_{左} \vec{E}\, d\vec{S} + \oint\!\!\oint_{右} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \oint\!\!\oint_{侧} \vec{E}\, d\vec{S}$

$= ES + ES + 0 = \dfrac{\sigma S}{\varepsilon_0}$

$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Ex. 如图 (1) 试求 O' 场强 (2) 证明空腔小球内电场均匀

均匀带电大球：

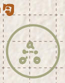
$\oint\!\!\oint E_大\, dS = E_大 \cdot 4\pi a^2$

$= \dfrac{1}{\varepsilon_0}\rho\cdot\dfrac{4}{3}\pi a^3$

$\Rightarrow E_大 = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0} a$

均匀负电小球： $E_小 = 0$

$E_{O'} = E_大 + E_小 = \dfrac{\rho a}{3\varepsilon_0}$



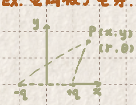
在空腔内 ∀ 取 P

$E_大 = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}$

$E_小 = -\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{b}$

$E_P = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}-\vec{b}) = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a}$

Ex. 电偶极子电势、场强分布



$U_+ = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+}$ $U_- = \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}$

$U = U_+ + U_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_+} - \dfrac{1}{r_-}\right)$

$r \gg l$ 时 $\begin{cases} r_+ \approx \rho - \frac{l}{2}\cos\theta \\ r_- \approx \rho + \frac{l}{2}\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_- - r_+ \approx l\cos\theta \\ r_- r_+ \approx r^2 \end{cases}$

故 $U \approx \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

则 $(x,y) \rightarrow (r,\theta)$ $U = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

$E_x = -\dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{y^2-2x^2}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$

$E_y = -\dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3xy}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$

$\Rightarrow E = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(4x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2+y^2)^2}$ $\alpha = \arctg\dfrac{E_y}{E_x} = \arctg\dfrac{3xy}{y^2-2x^2}$

Summary 总结

Title 静电场中的导体和电介质(上)

Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 导体和电介质

▸[导体] 能够导电的物体，如 金属，石墨，电解液，人体，地球，电离气体，等离子体　　自由电荷

▸[电介质] 又称绝缘体 指不导电的物质　　束缚电荷 / 极化电荷

静电场中导体

[导体静电平衡] 条件：导体内部的电场强度处处为零　$E_{内}=0$

[Theorem] 1. 电势分布：静电平衡导体是等势体，导体表面是等势面

2. 电荷分布：静电平衡导体内部不存在宏观的净电荷（ρ 处处为0）电荷只分布在导体表面

3. 场强分布：静电平衡导体表面外附近空间的场强方向与导体表面垂直，场强大小与该处导体表面的电荷面密度 σ 成正比　$E_{表面外}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

[导体空腔 静电屏蔽]

1. [以下默认 electrostatic equilibrium]

若导体空腔内无带电体 则空腔的内表面不带电 电荷只分布在空腔的外表面，空腔内处处场强为0

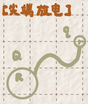
此时导体空腔能够有效地"保护"它所包围的空间 使之不受任何空腔外部电场影响　即 [静电屏蔽]

2. 若导体空腔内有带电体，则导体空腔内表面与空腔内电荷的代数和为0，空腔内各点场强分布由空腔内电荷及内表面电荷分布唯一确定

接地的导体空腔可以有效地消除内，外电荷产生的电场的相互影响，实现静电屏蔽

[Theorem] 静电场边值问题的唯一性定理：边界条件可将静电场的空间分布唯一确定下来

[尖端放电]　由等势体：$V_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=V_2$



$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{q}{4\pi r^2}:\frac{Q}{4\pi R^2}=\frac{R}{r}\Rightarrow r\downarrow\ E\uparrow$

§. 电容

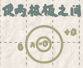
▸[Def] 孤立导体电容　$C=\frac{Q}{U}$　使导体升高单位电势所需电量

Ex 　$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$　$C=4\pi\varepsilon_0 R$

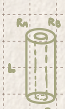
电容器电容　$C=\frac{Q}{U_A-U_B}$　使两极板之间具有单位电势差所需电量

▸[Remark] 电容率为 ε 的介质中平行板电容 $C=\frac{\varepsilon S}{d}$

$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{\varepsilon S}{Ed}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

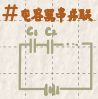


$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{Q}{\int_{R_A}^{R_B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr}=4\pi\varepsilon_0\frac{R_AR_B}{R_B-R_A}$



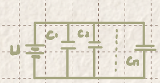
$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{Q}{\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr}=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$

电容器串并联



$U_k=\frac{q}{C_k}\mapsto U\propto\frac{1}{C}$

$\frac{1}{C_{等}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$



$q_k=C_kU\mapsto q\propto C$

$C_{等}=C_1+C_2+\cdots+C_n$

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Keywords 关键词	Notes 笔记

§. 电导率和欧姆定律

▸【电导率】 当数密度为n的自由电子在导体中运动时

电流密度 $J = n(-e)\langle v\rangle$

平均速度 $\langle v\rangle = \frac{-eE}{m}\tau$ $\qquad \tau = \frac{\lambda}{v_{rms}}$

$J = \frac{ne^2\tau}{m}E = \sigma_c E$ $\qquad \sigma_c$ 称为电导率

▸【电阻】 $I = JA = \sigma EA = \sigma A\frac{V}{l} = \frac{V}{\rho\frac{l}{A}} = \frac{V}{R}$

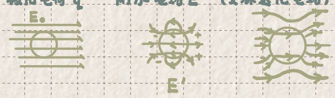
定义微分电阻 $R = \frac{dV}{dI}$

§. 电介质

▸【电介质极化】

极化强度矢量 $\vec{P}$：单位体积内分子电偶极矩矢量和 $\frac{1}{\Delta V}\sum_{(\Delta V内)}\vec{p}_{分子}$ $\qquad \vec{p}_{分子} = q\vec{l}$

极化电荷 q' 附加电场 E'（又称退化电场）



$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}_0$

▸【Theorem】 $\oint\!\!\!\oint_{(S)} \vec{P}\cdot d\vec{S} = -\sum_{(S内)} q'$ $\quad$ or $\quad \nabla\cdot P = -\rho'$

▸【Theorem】 σ'（极化电荷面密度）$= \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n$ （电介质表面法向分量）

▸【Theorem】极化规律 if $P \propto E$ then 称线性电介质 有 $\vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}$

其中 χ_e 称为电极化率

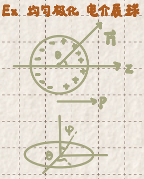
#各向异性电介质

对各向异性电介质 $\vec{P}$ $\vec{E}$ 关系可表示为

$$\begin{cases} P_x = \varepsilon_0\chi_{xx}E_x + \varepsilon_0\chi_{xy}E_y + \varepsilon_0\chi_{xz}E_z \\ P_y = \varepsilon_0\chi_{yx}E_x + \varepsilon_0\chi_{yy}E_y + \varepsilon_0\chi_{yz}E_z \\ P_z = \varepsilon_0\chi_{zx}E_x + \varepsilon_0\chi_{zy}E_y + \varepsilon_0\chi_{zz}E_z \end{cases} \qquad \vec{\chi}_e = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{zx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0\vec{\chi}_e\vec{E}$

Ex 均匀极化 电介质球 极化电荷分布? 退化电场? (已知 $\vec{P}$)



$\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n} = P\cos\theta$

由轴对称性 O点只有z分量

对一个面元 $dS = R^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$dq' = \sigma' dS = PR^2\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$dE' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq'}{R^2}$ $\qquad dE_z' = -\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\cos^2\theta\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$E = \oint\!\!\!\oint dE_z' = -\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\, d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi$

$= -\frac{P}{3\varepsilon_0}$

Summary 总结

Chapter Ⅱ

Title 静电场中的导体与电介质（下）　Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 有电介质存在的静电场

▸[Theorem] 对自由电荷 q_0 产生静电场 $\vec{E}_0$，极化电荷 q' 产生静电场 $\vec{E}'$ 有

$$\begin{cases} \oiint E_0\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_0 \\ \oint E_0\cdot dl=0 \end{cases}\qquad \begin{cases} \oiint E'\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q' \\ \oint E'\cdot dl=0 \end{cases}$$

因此总静电场 $E=E_0+E'$ 亦符合高斯定理与环路定理

$$\oiint E\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_0-\frac{1}{\varepsilon_0}\oiint P\cdot dS \quad 即 \quad \oiint_{(S)}(\varepsilon_0 E+P)dS=\Sigma q_0$$

[Def] 定义电位移矢量 $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$ 　于是有 $\oiint_{(S)}\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S内)}q_0$

▸[Theorem] D的高斯定律 有电介质存在时，通过电介质中任意闭合曲面的电位移通量，等于该闭合曲面所包围的自由电荷的代数和，与极化电荷无关

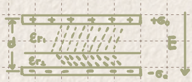
[Def] $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$ 　称 $\varepsilon_r=1+\chi_e$ 为电介质相对介电常量 / 相对电容率

▸[Remark] 电介质存在时 完备方程组为（对线性各向同性介质）

$$\begin{cases} \oiint_{(S)}\vec{D}\cdot d\vec{S}=\Sigma q_0 \\ \oint_{(L)}\vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \\ \vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \end{cases}$$

Ex1 ε_{r1} ε_{r2} $d_1+d_2=d$ 　$\pm\sigma_0$ 　S

试求 (i) $\vec{E}$ (ii) C (iii) 电介质交界面上的极化电荷面密度



$$D_1=D_2=\sigma_0$$

由 $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$ $\mapsto$ $E_1=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$ 　$E_2=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$

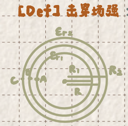
$$U_{12}=U_1-U_2=E_1d_1+E_2d_2=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

$$C=\frac{Q_0}{U_{12}}=\frac{\sigma_0 S}{U}$$

Ex2 击穿场强 球形电容器 R_1 R_2 ε_{r1} ε_{r2} R

试求 (i) C (ii) 设内外两层电介质的击穿场强分别为 E_1 E_2 　$E_1<E_2$ 　为使两种电介质同时击穿 $R=?$

[Def] 击穿场强 当 E↑并达到某一临界值时，许多分子电离 自由电荷↑ 电导率↑ I↑ 电介质从绝缘体变成导体



(i) $r<R_1$ 　$D_A=0$ 　$E_A=0$

$R_1<r<R$ 　$D_B=\frac{Q_0}{4\pi r^2}$ 　$E_B=\frac{Q_0}{4\pi r^2\varepsilon_{r1}\varepsilon_0}$

$R<r<R_2$ 　$D_C=\frac{Q_0}{4\pi r^2}$ 　$E_C=\frac{Q_0}{4\pi r^2\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}$

$$U=\int_{R_1}^{R_2}E\,dl=\int_{R_1}^{R}E_B\,dl+\int_{R}^{R_2}E_C\,dl$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R}\right)+\frac{1}{\varepsilon_{r2}}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_2}\right)\right] \qquad C=\frac{Q}{U}$$

(ii) 为使其同时击穿 　$r\downarrow$ $E\uparrow$

$$\left.\begin{aligned} E_1=E_B\big|_{r=R_1}=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R_1^2} \\ E_2=E_C\big|_{r=R}=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R^2} \end{aligned}\right\}\Rightarrow R=\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}E_1}{\varepsilon_{r2}E_2}}\,R$$

Keywords 关键词	Notes 笔记

§. 静电场边界条件

▸[Prop] 静电场基本方程积分形式：

$$\begin{cases} \oint\!\!\!\oint_{(S)} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \Sigma q_0 \\ \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \\ \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \end{cases}$$

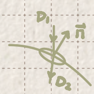
微分形式：

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{D} = \rho_0 \\ \nabla\times\vec{E} = 0 \\ \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} \end{cases}$$

对于边界突变处：

[Theorem 1] $\vec{D}$ 的法向分量连续　$\vec{E}$ 的法向分量不连续

[Theorem 2] $\vec{E}$ 的切向分量连续



§. 静电能

▸[Def] 带电体系形成需要克服电力做功，相应的能量转换使带电体系具有静电势能；静电势能定域(储存)在同时产生的静电场之中，统称为静电能

[带电体系中静电能]

1. 两个点电荷体系互能　$W_{互} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$

2. 多个点电荷体系互能　$W_{互} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{i-1}\dfrac{q_i q_j}{r_{ij}} = \dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{\substack{j=1\\(j\neq i)}}^{n}\dfrac{q_i q_j}{r_{ji}}$

3. 电荷连续分布带电体的静电势能　$W_e = \frac{1}{2}\int u\,dq \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\int \mu u\,dl \\ \frac{1}{2}\iint \sigma u\,dS \\ \frac{1}{2}\iiint \rho u\,dV \end{cases}$

Ex 正六边形边长为 a　q，正中心 $-2q$

$W_{互} = ?$

两 q 相距 a　6对　$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{6q^2}{a}$

两 q 相距 $\sqrt{3}a$　6对　$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{6q^2}{\sqrt{3}a}$

q 与 $-2q$　6对　$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{-12q^2}{a}$

$$W_{互} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{6q^2}{a} + \frac{3q^2}{2a} + \frac{6q^2}{\sqrt{3}a} - \frac{12q^2}{a}\right)$$
$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{6}{\sqrt{3}} - \frac{9}{2}\right)$$

[电容器储存的静电能]

电容器电容 C　两极板从 $0 \mapsto \pm Q$　设在充电过程 $\forall$ 瞬间 t　有 $\pm q(t)$

$u(t) = q(t)/C$　　dt 后 电量↑ $\pm dq$　电源做功 $u(t)dq$

$$W_e = \int_0^Q u(t)dq = \int_0^Q \frac{q(t)}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

Ex 原子核 R　Q　求 W_e

$$E = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{R^3}r & r<R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2} & r>R \end{cases}$$

$$u = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{R} - \frac{r^2}{R^3}\right) \quad r<R$$

$$W_e = \frac{1}{2}\iiint \rho u\,dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3Q^2}{5R}$$

[静电场的能量]

以平行板电容器为例　$\pm Q_0$　S　d　U　ε_r

$$W_e = \frac{1}{2}Q_0U = \frac{1}{2}\sigma_0 SEd = \frac{1}{2}DESd = \frac{1}{2}DEV$$

其中 E D 分别是两极板间电场强度和电位移　$V = Sd$ 两极板间体积

Ex 原子核静电能

法二：$W_e = \iiint w_e\,dV$
$= \iiint \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dV$
$= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3Q^2}{5R}$

[Def] 单位体积电场具有能量 称为电能密度 w_e

$$w_e = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$$

空间电场不均匀时　$W_e = \iiint w_e\,dV = \iiint \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}\,dV$

Summary 总结

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 电流的连续方程

▶[Def] 电流I为单位时间通过任一截面的电量 $I=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{dq}{dt}$

▶[Def] 电流密度$\vec{j}$为一个矢量，其方向为该点电流方向 大小为通过该点单位垂直截面的电流大小

$j=\frac{dI}{dS}$ 或 $dI=jdS$

计 dS 法线$\vec{n}$ 与电流方向夹角为θ

$dI=\vec{j}\cdot d\vec{S}=jdS\cos\theta$ $I=\iint\limits_{(S)}\vec{j}\cdot d\vec{S}=\iint\limits_{(S)}j\cos\theta\, dS$

电流的连续方程 恒定条件

[Theorem] 电流连续方程的积分形式 $\oiint\limits_{(S)}\vec{j}\cdot d\vec{S}=-\frac{dq}{dt}$

利用 $q=\iiint\limits_{(V)}\rho dV$ 得

电流连续方程的微分形式

$\oiint\limits_{(S)}\vec{j}\cdot d\vec{S}=\iiint\limits_{(V)}(\nabla\cdot j)dV=-\iiint\frac{\partial\rho}{\partial t}dV$ 即 $\nabla\cdot\vec{j}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$

[恒定电流] 电流场不随时间变化

$\frac{dq}{dt}=0 \mapsto \oiint\limits_{(S)}\vec{j}\cdot d\vec{S}=0$ 恒定电流 电流线是闭合曲线

§. 欧姆定律

▶[Theorem] 积分形式 $R=\frac{U}{I}$ / $U=IR$

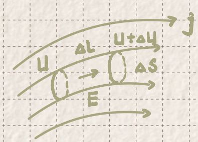
[电阻] 一定材料 粗细均匀导体 $R=\rho\frac{L}{S}$ 其中ρ称为电阻率

[Remark] 纯金属电阻 T不太低且变化范围不太时 近似满足:

$\rho=\rho_0(1+\alpha t)$ ρ ρ_0分别为 t 0°C 电阻率 α为电阻温度系数

[电导] $G=\frac{1}{R}$ [电导率] $\sigma=\frac{1}{\rho}$

▶[Theorem] 微分形式 $\vec{j}=\sigma\vec{E}$



§. 焦耳定律

▶[Theorem] 积分形式 $Q=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t$

[电功率] $P_电=IU$ [热功率] $P=\frac{Q}{t}=I^2R$

[热功率密度] ΔL $\Delta S(\perp j)$ $\Delta V=\Delta L\Delta S$ t $\Delta Q=I^2Rt$ $p=\frac{P}{\Delta V}$

已知 $P=I^2R$ $I=j\Delta S$ $R=\frac{\Delta L}{\sigma\Delta S}$ $j=\sigma E$

$p=\sigma E^2$

▶[Theorem] 微分形式 $p=\sigma E^2$

§. 电动势

▶[Def] 电源电动势ε为把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极时，非静电力所做的功

$\varepsilon=\int_-^+\vec{K}\cdot d\vec{l}$ $\vec{K}$: 单位正电荷上非静电力

[Remark] 电源内部欧姆定律 $\vec{j}=\sigma(\vec{K}+\vec{E})$

▶[Def] 路端电压 $U=U_+-U_-=\int_+^-\vec{E}\cdot d\vec{l}$

$=\int_+^-(-\vec{K}+\frac{\vec{j}}{\sigma})\cdot d\vec{l}=\int_-^+\vec{K}\cdot d\vec{l}-\int_-^+\frac{\vec{j}}{\sigma}\cdot d\vec{l}$

$=\varepsilon\mp Ir$ 其中 $r=\int_-^+\frac{\rho dl}{S}$

Keywords 关键词	Notes 笔记

[Remark] $U=\begin{cases}\varepsilon-Ir & \text{放电}\\ \varepsilon+Ir & \text{充电}\end{cases}$

§. 直流电路

▸[复杂电路求解]

支路 由电源和电阻串联而成的通路 (支路上 I 处处相等)

节点/分支点 三条或更多条支路的联结点

回路 几条支路构成的闭合通路

基尔霍夫方程组

[第一方程组] 节点电流方程组 汇于节点各支路电流代数和为0

$\sum(\pm I)=0$ +:从节点流出 −:流向节点

[第二方程组] 回路电压方程组 沿闭合回路绕行一周,各电源和电阻上电势降落代数和为0

$\sum(\pm\varepsilon)+\sum(\pm IR)=0$

Summary 总结

Title 恒定磁场

Date /

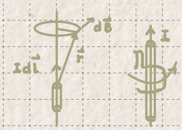
Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 毕奥-萨伐尔定律

▶【磁感应强度】 现代形式毕奥-萨伐尔定律 微分形式

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}}$$ B为磁感应强度

▶【右手定则】 若翘起拇指与电流方向一致 则弯曲的右手四指代表该电流周围的磁感应线方向



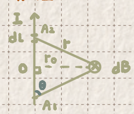
▶【磁感应强度叠加原理】 毕奥-萨伐尔定律 积分形式：

$$\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

【Remark】 毕奥-萨伐尔定律只在恒定条件(恒定电流)下适用

载流回路的磁场

一、载流直导线



对于有限长 A_1A_2

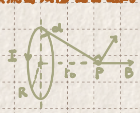
$$\vec{B} = \int_{A_1}^{A_2} dB = \int_{A_1}^{A_2} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

$$\left.\begin{aligned} l &= -r\cos\theta \\ r_0 &= r\sin\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow l = -r_0\cot\theta \qquad dl = \frac{r_0 d\theta}{\sin^2\theta}$$

$$\boxed{B =} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\theta}{r_0} d\theta = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}$$

对无限长 $\theta_1 = 0$ $\theta_2 = \pi$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$

二、载流圆线圈轴上磁场



由对称性

$$B = \oint dB\cos\alpha = \oint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\alpha$$

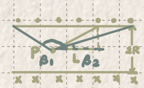
【Remark】 对∀远源场点

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi}\frac{1}{r^3}[3(\vec{e}_n\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{e}_n]}$$

$$\boxed{B =} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\sin^2\alpha\cos\alpha\oint dl = \boxed{\frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{R^2 I}{(R^2+r_0^2)^{\frac{3}{2}}}}$$

三、载流直螺线管轴线上的磁场

R L I 单位长度n匝线圈



取dl → ndl 匝线圈 → 电流为 Indl 圆线圈

$$dB = \frac{\mu_0 I n dl R^2}{2(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad B = \int_{(L)} \frac{\mu_0 n I R^2 dl}{2(R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$$

引入参量 β $\sin\beta = \frac{R}{\sqrt{R^2+l^2}}$ $B = \frac{1}{2}\mu_0 n I(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$

对无限长 $B = \mu_0 n I$ 一端无限长 $B = \frac{1}{2}\mu_0 n I$

§. 高斯定理、环路定理

▶【磁场的高斯定理】 通过磁场中∀闭合曲面S 总磁通量恒等于0

$$\boxed{\oiint_{(S)} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0}$$ 磁场无源

【Def】 $d\Phi_e = \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\cos\theta\, dS$

Keywords 关键词

Notes 笔记

▶[Def] 矢势： $\oiint_{(S)} B\cdot dS = \iiint_{(V)} \nabla\cdot B\, dV = 0$

故 $\nabla\cdot B = 0$　　由于 $\nabla\cdot(\nabla\times A) = 0$

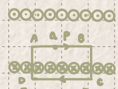
$B = \nabla\times A$　　A 称为磁矢势　　$\vec{A}$ 并不唯一

通常取 $\nabla\cdot A = 0$ 作为附加条件 称作库仑规范

▶[安培环路定理] 磁感应强度 B 沿 ∀ 闭合环路 L 的线积分等于穿过以该闭合环路为周界的 ∀ 曲面所有电流代数和的 μ_0 倍： $\boxed{\oint_{(L)} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L内)} I}$　　磁场有旋

[Remark] 穿过环路 L 电流方向与 L 环绕方向服从右手法则 $I>0$；反之 $I<0$

Ex 长直载流螺线管内的磁场



$n,\ I,\ L,\ R,\ L \gg R$

$\oint_{ABCDA} B\cdot dl = \left(\int_{AB} + \int_{BC} + \int_{CD} + \int_{DA}\right) B\, dl$

$= \int_{AB} B\, dl + \int_{CD} B\, dl$

管外 轴分量 $B_x = 0$

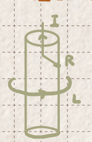
$= Ba = \mu_0 \sum I = \mu_0 n a I$　　$\boxed{B = \mu_0 n I}$

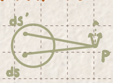
Ex N I 环内 $B = ?$

$\oint_L B\cdot dl = 2\pi r B = \mu_0 I = \mu N I$

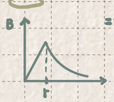
$B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

Ex 无限长直圆柱形载流导体磁场





$\oint_L B\, dl = B\oint dl = 2\pi r B = \mu_0 I'$



$\Rightarrow$ 1° $r < R$　$B = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\, \dfrac{rI}{R^2}$

2° $r > R$　$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Summary 总结

Content
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Title 恒定磁场　　Date /

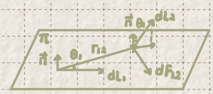
Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 安培定律

▸[Theorem] 安培定律是关于∀两电流元之间作用力的实验规律，表为

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 I_2 dl_2 \times (dl_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2}$$

作用力大小为 $dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 I_2 dl_1 \sin\theta_1 dl_2 \sin\theta_2}{r_{12}^2}$



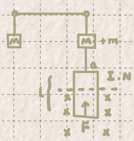
▸[Theorem] 安培定律分解为两部分：毕-萨定律 + 安培力公式

Idl_1 在 r_{12} 处：
$$\begin{cases} dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \\ B = \oint dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{(L_1)}\frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \end{cases}$$

$$d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{L}_2 \times \vec{B}$$

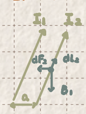
磁场对载流线圈的作用

Ex 磁秤



$F = NIaB$
$= mg$
$B = \frac{mg}{NIa}$

Ex 两平行无限长载流直导线

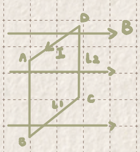


I_1 在 I_2dl_2 处产生 $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$

$dF_2 = I_2 dl_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} dl_2$

$f = \frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

Ex 磁矩



记 $\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 夹角为 θ

F_{AD}　$F_{BC} = IL_1B\sin\alpha$　等大反向　在同一直线上

F_{AB}　$F_{CD} = IL_2B\cos\alpha$

$M = F_{AB}L_1\sin\theta = IL_1L_2B\sin\theta = ISB\sin\theta$

$\Rightarrow \vec{M} = IS(\vec{n} \times \vec{B})$

对∀形状平面载流线圈 $\vec{M} = IS(\vec{n} \times \vec{B})$

[Def] 磁矩 $\vec{p}_m = IS\vec{n}$　then $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$

Ex 磁电式电流计

$S = ab$　N　I　B

$M_{磁} = NIabB = NISB$

$M_{弹} = -D\theta$

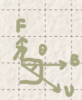
$M_{磁} + M_{弹} = 0 = NISB - D\theta_0$

$\theta_0 = \frac{NSB}{D} I$

§. 洛伦兹力

▸[Theorem] 洛伦兹力公式 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

[Theorem] 电磁力公式 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$



典型例题

一、回旋加速器基本原理

当 D_2 电势高于 D_1，正离子从P经间隙间电场加速后进入 D_1 做 $R_1 = \frac{mv_1}{qB}$ 匀圆运动

经 $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB}$ 后进入间隙　电场反向　继续加速 ···

[相关结论] $v_{max} = \frac{q}{m}BR$

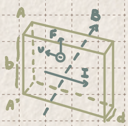
$E_k = \frac{q^2}{2m}B^2R^2$

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Keywords 关键词	Notes 笔记

考虑相对论效应 $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $T=\frac{2\pi}{qB}\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 周期改变 而不能确保离子加速

二、霍尔效应



通有电流的导体或半导体板置于与电流方向垂直的磁场中 出现横向电势差

$U_{AA'}=K\frac{IB}{d}$

$I=qbdvn$

$qvb=\frac{U}{b}q \Rightarrow U=\frac{1}{nq}\frac{IB}{d} \Rightarrow K=\frac{1}{nq}$

三、阴极射线实验

1° E + B:

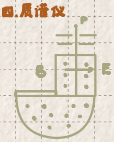
$eE=evB$ / $v=\frac{E}{B}$

2° 撤去 E 保留 B

$R=\frac{mv}{eB}$

$\Rightarrow \frac{e}{m}=\frac{E}{RB^2}$

四、质谱仪



(1) 滤速器: $qE=qvB \Rightarrow v=\frac{E}{B}$

(2) 质谱分析: $x=2R=2\frac{mv}{qB_0}=\frac{2mE}{qB_0B}$

Summary 总结

Content
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Title 磁介质

Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§.磁质

▸[Def] 无外磁场时，相应电子轨道运动磁矩、电子自旋磁矩以及核自旋磁矩之和为分子固有磁矩 p_m

▸[Def] 顺磁质是指磁化后产生的附加磁场与外加磁场同方向的弱磁性介质 $p_m \neq 0$

▸[Def] 抗磁质是 ··· 反方向的弱磁性磁介质，$p_m = 0$

[Theorem] 电子轨道磁矩公式

$$i = \frac{-e}{T} = -\frac{ev}{2\pi r} = -\frac{e\omega}{2\pi}$$

$$\vec{p}_{m,e} = iS\vec{n} = -\frac{er^2}{2}\vec{\omega}$$

§.磁化规律

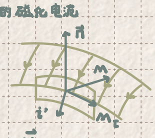
▸[磁化强度矢量 $\vec{M}$ 磁化电流 I' 附加磁场 $\vec{B}'$]

[Def] $\vec{M} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{(\Delta V内)} \vec{p}_m$

[Theorem] 总磁场 $\vec{B} = B_0 + B'$　　此小节全盘类比电介质、极化电荷

▸[Theorem] 磁化强度矢量 $\vec{M}$ 沿 ∀ 闭合回路 L 的积分等于通过以 L 为周界的曲面 S 的磁化电流

$$\oint_{(L)} M \cdot dl = \sum_{(L内)} I'$$　　类比 $\oiint_{(S)} P\,dS = -\sum_{(S内)} q'$



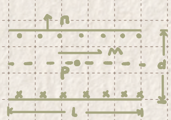
[Remark] $\oint_{(L)} M \cdot dl = \sum_{(L内)} I' = \iint_{(S)} j_m \cdot dS$　　$\nabla \times M = j_m$　j_m 磁化电流密度

磁化强度矢量 M 与磁介质表面面磁化电流密度 i' 的关系　$\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{n} = \vec{M}_\tau$

类比 $\sigma' = P_n$

▸[Theorem] 对线性磁介质　$\vec{M} = K_m \vec{B}$　　$K_m = \frac{\chi_m}{\mu_0 \mu_r}$　　类比 $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

Ex　L d 均匀磁化 圆柱体 $\vec{M}$　求 (1) $\vec{i}$　(2) P 点 B'



(1) 均匀磁化 $I_内 = 0$　$i' = M$

(2) 对该类题电流 ⟼ 电磁中 $B = \frac{1}{2}\mu_0 n I(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$ 类似

$In = i'$

$\Rightarrow B' = \mu_0 M \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}}$

§.有磁介质存在时磁场

类比有电介质存在时电场

▸[Theorem]
$$\begin{cases} \oiint_{(S)} B_0 dS = 0 \\ \oint_{(L)} B_0 dl = \mu_0 \sum I_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \oiint_{(S)} B' dS = 0 \\ \oint_{(L)} B' \cdot dl = \mu_0 \sum I' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \oiint_{(S)} B \cdot dS = 0 \\ \oint_{(L)} B \cdot dl = \mu_0 \sum I_0 + \mu_0 \sum I' \end{cases}$$　　总磁场无源有旋

$+ \oint_{(L)} M dl = \sum I' \Rightarrow \oint_{(L)} B\,dl = \mu_0 \sum I_0 + \mu_0 \oint M dl$

得到：

[Theorem] $\oint_{(L)} \left(\frac{B}{\mu_0} - M\right) dl = \sum I_0$　　记磁场强度 $H = \frac{B}{\mu_0} - M$　　$\oint_{(L)} H\,dl = \sum I_0$

类比 $D = \varepsilon_0 E + P$　　$\oiint_{(S)} D\,dS = \sum q_0$

Keywords 关键词

Notes 笔记

[Def] 对线性各向同性磁介质 $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$　χ_m 称磁化率　$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_m \vec{E}$

$\vec{B} = \mu_0 (1+\chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$　$\mu_r = 1+\chi_m$ 称相对磁导率　$\varepsilon_r = 1+\chi_m$　$\mu = \mu_0 \mu_r$ 称磁导率

[Theorem] $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 \mu_r}{\chi_m} \vec{M}$

[Prop] 磁场基本方程

$$\begin{cases} \displaystyle\oint_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \\ \displaystyle\oint_{(L)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0 \\ \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \end{cases}$$

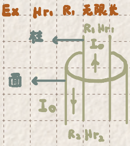
类比

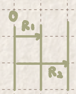
$$\begin{cases} \displaystyle\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \displaystyle\oint_{(S)} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0 \\ \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \end{cases}$$

[Remark] 顺磁质：$\chi_m > 0$　$\mu_r > 1$　$\mu > \mu_0$　抗磁质：$\chi_m < 0$　$\mu_r < 1$　$\mu < \mu_0$

真空 $\vec{M} = 0$　$\chi_m = 0$　$\mu_r = 1$　$\mu = \mu_0$　$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$　(μ_0 称真空磁电导)

Ex μ_{r_1} R_1 无限长 I_0 R_2 I_0(方向相反) μ_{r_2} $\vec{B} = ?$





作以O为轴半径 r 闭合回路

$\oint H dl = 2\pi r H = \sum I_0$

1° $r < R_1$　$\sum I_0 = \dfrac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2 = I \dfrac{r^2}{R^2}$

$H = \dfrac{I_0 r}{2\pi R_1^2}$　$B_1 = \mu_0 \mu_{r_1} H$

2° $r \in (R_1, R_2)$　$\sum I_0 = I_0$

$H = \dfrac{I_0}{2\pi r}$　$B_2 = \mu_0 \mu_{r_2} H$

3° $r > R_2$　$\sum I_0 = 0$　$B = 0$

Ex $\vec{M}$ 求 H B

$\oint H \cdot dl = H \oint dl = \sum I_0 = 0$

$H = 0$

$B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 M$

Summary 总结

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Chapter V

Title 磁场边界条件

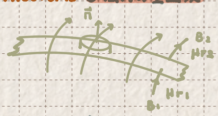
Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§. 边界条件

▸[Prop] $\begin{cases} \oiint B \cdot dS = 0 \\ \oint H \cdot dl = \sum I_0 \\ \vec{B} = \mu_0\mu_r \vec{H} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot B = 0 \\ \nabla \times H = j_0 \\ B = \mu_0\mu_r H \end{cases}$

[Theorem] $\vec{B}$ 法向分量连续

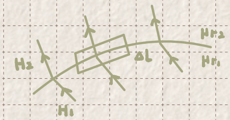


$B_{1n} = B_{2n}$

or $\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$

$H_{1t} = H_{2t}$

or $\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0$



[Theorem] $\vec{H}$ 切向分量连续

磁屏蔽

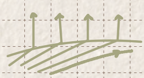
$\tan\theta_1 = \frac{B_{1t}}{B_{1n}}$ $\tan\theta_2 = \frac{B_{2t}}{B_{2n}}$

$B_{1n} = B_{2n}$ $H_{1t} = H_{2t}$

$B_{1t} = \mu_1 H_{1t}$ $B_{2t} = \mu_2 H_{2t}$

$\Rightarrow \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

[Remark] if $\mu_2 = \mu_0$ $\mu_1 \gg \mu_0$ 则 $\theta_2 \approx 0$ $\theta_1 \approx 90°$



if 将 μ_1 材料做成中空壳，可对空腔起磁屏蔽作用

Summary 总结

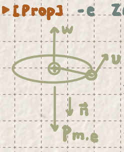
Title 磁偶极矩补充

Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记	Review 复习记录 / / / / /

§. 电子磁矩

▶[Prop] $-e$ Ze r



$$i = \frac{-e}{T} = -\frac{e\omega}{2\pi}$$

$$p_{m.e} = iS\vec{n} = -\frac{er^2}{2}\vec{\omega}$$

施加 $B_0 \parallel \omega_0$ 时

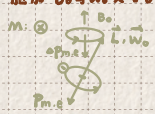
$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{m\upsilon_0^2}{r} = m\omega_0^2 r \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^3}}$$

施加后 $\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + B_0 e\omega r = m\omega^2 r$ 设 $B_0 \ll \frac{m\omega_0}{e}$ $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ $\Delta\omega \ll \omega_0$

代入得 $\Delta\omega = \frac{eB_0}{2m}$ $\Delta p_{m.e} = -\frac{er^2}{2}\Delta\vec{\omega} = -\frac{e^2r^2}{4m}\vec{B_0}$

施加 $B_0 \parallel -\omega_0$ 则 $\omega = \omega_0 - \Delta\omega$ $\Delta p_{m.e}$ 仍与 B_0 反相

施加 B_0 与 ω_0 夹 $\forall\theta$ $M_m = \vec{p}_{m.e} \times \vec{B_0}$



$\vec{M}_m \perp \vec{L}$ => 电子将作进动：电子的 $\vec{L}$ 以 $\vec{B_0}$ 为轴回转

§. 磁荷观点

[Background] 磁荷观点把分子看作磁偶极子 极矩 $p_m = q_m l$

▶[Theorem] 以此有： q_{m0}：试点磁荷的磁荷量 $\vec{F}$：q_{m0} 所受磁力

$$\begin{cases} 磁场强度 \quad \vec{H} = \frac{\vec{F}}{q_{m0}} \\ \vec{H} = -\nabla U_m \end{cases}$$

磁场无旋 $\oint H \cdot dl = 0$

磁势 $U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{p_m \cdot \hat{r}}{r^2}$

[Remark] 磁势能 $V = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$

Summary 总结

Content 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

Title 电磁感应 Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记	Review 复习记录 / / / / /

§. 法拉第电磁感应

▶[法拉第电磁感应定律]

闭合导体回路中感应电动势 $\mathcal{E}$ 的大小与穿过回路的磁通量变化率 $d\Phi/dt$ 成正比

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi = \iint_{(S)} \vec{B}\cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} B\cos\theta\, dS$$

[Remark] 线圈由 N 匝串联而成 $\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \cdots + \Phi_N$ Ψ 称磁链

[Theorem] 楞次定律：闭合导体回路中感应电流的方向，总是使感应电流所激发的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化

or. 感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因

§. 动/感电动势

动生电动势

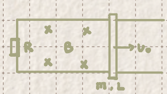
[Theorem] 导体在 B 中运动 自由电子 $-e$ 因随导体运动 $\vec{v}$ 受到洛伦兹力 $\vec{f} = -e\vec{v}\times\vec{B}$

$$\mathcal{E}_{动} = \int (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

Ex L B w 求 $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E}_{动} = \int_0^L B\cdot w\cdot l\, dl = \frac{1}{2}BwL^2$$

Ex R B v_0 m L v_0 求杆的速度变化

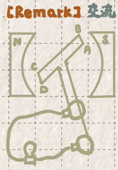


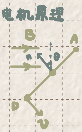
$\mathcal{E} = BLv$ $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BL}{R}v$

$F = BIL = \frac{B^2L^2}{R}v$

$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2}{R}v \Rightarrow v = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$

[Remark] 交流发电机原理





$$\mathcal{E} = \int_A^B (v\times B)\,dl + \int_C^D (v\times B)\,dl$$
$$= \int_0^L vB\cos\theta\, dl - \int_0^L vB\cos\theta\, dl$$
$$= 2vBl\cos\theta = 2wrl\cos wt = BSw\cos wt$$

$$\Phi = -BS\sin wt$$

感生电动势

[Theorem] 导体不动，仅 B 变化 $\mathcal{E}_{感} = -\iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS$

变化磁场产生涡流电场是引起感生电动势的原因 $\mathcal{E}_{感} = \oint_{(L)} E_{旋}\, dl$

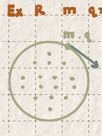
[Prop] 涡旋电场 无源有旋

$$\begin{cases} \oiint E_{旋}\cdot dS = 0 \\ \oint E_{旋}\cdot dl = -\iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS \end{cases}$$

总电场 $E = E_{势} + E_{旋}$ 有源有旋 $\oint E\cdot dl = -\iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS$

[Theorem] $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{动} + \mathcal{E}_{感} = \int (v\times B)\,dl - \iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS$

Ex R m $q>0$ $\vec{B}$ $t=0$ $B=0$ 小珠静止 $0<t<T$ $B=kt$ $t=T$ $B=B_0$



求小珠从 0 → T 所受 $F_{旋}$ 及 $v(t)$

$B = \frac{B_0}{T}t$

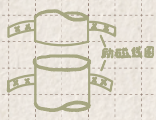
$\oint E_{旋}\cdot dl = E_{旋}\cdot 2\pi R = -\iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS = -\pi R^2\frac{B_0}{T}$

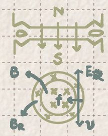
$E_{旋} = \frac{B_0R}{2T}$ $F_{旋} = \frac{qB_0R}{2T}$

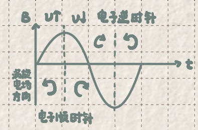
$a = \frac{qB_0R}{2Tm}$ $v = at$

[Remark] 电子感应加速器

Keywords 关键词 | Notes 笔记







$evB_R = \frac{mv^2}{R}$

$\frac{d}{dt}(mv) = -eE_{旋}$

$\oint E_{旋}\cdot dl = 2\pi R E_{旋} = -\frac{d}{dt}\iint B\cdot ds$

$= -\pi R^2 \frac{d\bar{B}}{dt}$

其中 $S = \pi R^2$ $\bar{B} = \frac{1}{S}\iint B\cdot ds$ $E_{旋} = -\frac{R}{2}\frac{d\bar{B}}{dt}$

$\Rightarrow B_R = \frac{1}{2}\bar{B}$

§.电感

▶[Def] 当一线圈中的电流变化时，激发的磁场相应变化，通过线圈自身的磁通量随之变化，使线圈中产生感应电动势称为自感现象

[Theorem] 设线圈中电流为I，则激发磁感应强度以及通过线圈自身磁链 Ψ 均与I成正比

$\Psi = LI$ $\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt}$

L称为自感系数

▶[Def] 设两线圈毗邻，其一电流变化，使通过另一的磁链发生变化，产生感应电动势，称为互感

[Theorem] 线圈1的电流为 I_1 它所激发的磁场通过线圈2的磁链 Ψ_{12}

$\Psi_{12} = M_{12}I_1$ // $\Psi_{21} = M_{21}I_2$

$\mathcal{E}_{12} = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}$ $\mathcal{E}_{21} = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}$

[Remark] $M_{12} = M_{21}$ 统称为M，互感系数

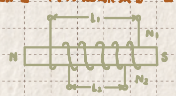
求L.M问题

Ex 1 单层密绕长直螺线管 $L = 40\ cm$ $S = 10\ cm^2$ $N = 2000$ $L = ?$

$B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{L}I$ $\Phi = BS = \mu_0\frac{N}{L}IS$

$\Psi = N\Phi = \frac{\mu_0 N^2 S}{L}I$ $L = \mu_0\frac{N^2 S}{L} = 13mH$

Ex 2 两共轴螺线管 2 in 1 $L_1 = 100\ cm$ $L_2 = 50\ cm$ $N_1 = 6000$ $N_2 = 3000$ $S = 10\ cm^2$ $M = ?$



$1 \mapsto 2$:

$B = \mu_0\frac{N_1}{L_1}I_1$

$\Psi_{12} = N_2\mu_0\frac{N_1}{L_1}I_1 S$ $M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{L_1} = 2.3\times10^{-2}\ H$

$L_1 = \mu_0\frac{N_1^2}{L_1}S$ $L_2 = \mu_0\frac{N_2^2 S}{L_2}$ 耦合系数 $K = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = 0.71$

▶[Def] 自感磁能 $W_{自} = \frac{1}{2}LI^2$ 互感磁能 $W_{互} = MI_1I_2$

[Remark] $W_m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k} L_iI_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1\\(i\neq j)}}^{k} M_{ij}I_iI_j$

▶[Theorem] 长直螺线管 l S N 管内介质 μ_r I

$B = \mu_0\mu_r\frac{N}{l}I$ $H = \frac{N}{l}I$ $L = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}S$

$\Rightarrow W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}BHV$ $(V = Sl)$

磁场能量密度 $w_m = \frac{1}{2}BH$ $W_m = \iiint w_m\cdot dV$

[Remark] 串联 $L = L_1 + L_2$ 并联 $L = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$

Summary 总结

Title 麦克斯韦电磁场理论　　Date /

Keywords 关键词 | Notes 笔记 | Review 复习记录 / / / / /

§.方程组

▶ [Def] 麦克斯韦方程组：用 E D B H，q I，ε μ σ 表示的完备方程组

[Prop] 麦克斯韦电磁场方程组（积分形式）

$$
\begin{cases}
\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_0 \\
\oint E\cdot dl = -\iint \frac{\partial B}{\partial t}\cdot dS \\
\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \\
\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + \iint \frac{\partial D}{\partial t}\cdot dS
\end{cases}
$$

介质方程组

$$
\begin{cases}
D = \varepsilon_0\varepsilon_r E \\
B = \mu_0\mu_r H \\
j_0 = \sigma E
\end{cases}
$$

其中 E：总电场（自由电荷 q_0 极化电荷 q' 变化磁场 $\frac{\partial B}{\partial t}$ 三者产生电场之和

B：总磁场（传导电流 I_0 磁化电流 I' 极化电流 I_p 变化电场 $\frac{\partial E}{\partial t}$ 四者产生磁场之和

[Prop] 麦克斯韦电磁场方程组（微分方程）

$$
\begin{cases}
\nabla\cdot\vec{D} = \rho_0 \\
\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\
\nabla\cdot\vec{B} = 0 \\
\nabla\times\vec{H} = \vec{j_0} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}
\end{cases}
$$

（ρ_0：自由电荷体密度）

[Remark] $\nabla\cdot\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$$
\nabla\times\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{k}
$$

[Prop]（在分界面不存在自由电荷和传导电流的条件下）电磁场边界条件

$$
\begin{cases}
E_{1t} = E_{2t} \\
H_{1t} = H_{2t} \\
D_{1n} = D_{2n} \\
B_{1n} = B_{2n}
\end{cases}
$$

§.位移电流

▶ [Def] I_0 q_0 σ_0 $\vec{D}$ Φ_D 关系有：

$I_0 = \frac{dq_0}{dt}$　$q_0 = \sigma_0 S$　$D = \sigma_0 = \frac{q_0}{S}$　$\Phi_D = \iint_{(S)} D\cdot dS = DS = q_0$

则 $\frac{d\Phi_D}{dt} = I_0$

在非恒定情形 安培环路定理 $\oint H\cdot dl = I_0 + \frac{d\Phi_D}{dt}$　$I_D = \frac{d\Phi_D}{dt}$ 称为位移电流

[Remark] $I_D = \frac{\partial}{\partial t}\iint_{(S)} D\cdot dS = \varepsilon_0\iint \frac{\partial E}{\partial t}\cdot dS + \iint \frac{\partial P}{\partial t}\cdot dS$

$\Rightarrow$ $\iint \frac{\partial P}{\partial t} dS$：极化电流　　$\varepsilon_0\iint \frac{\partial E}{\partial t}\cdot dS$：变化电场

Summary 总结

Chapter VII

Title 电磁波 pt.1 Date /

Keywords 关键词	Notes 笔记 Review 复习记录 / / / / /

§6. 电磁波

▸[Prop] 无自由电荷 传导电流 线性各向同性介质中 $\rho_0=0$ $j_0=0$

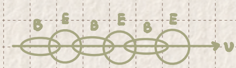
有 $\begin{cases}\nabla\cdot\vec{E}=0\\ \nabla\times\vec{E}=-\mu_0\mu_r\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\vec{H}=0\\ \nabla\times\vec{H}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\nabla^2\vec{E}=\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \nabla^2\vec{H}=\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}\end{cases}$

解得 $\begin{cases}E=E_0\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})\\ H=H_0\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\end{cases}$ 沿$\vec{k}$方向传播 以ω为角频率 E_0 H_0为振幅

//

[Remark] $v_{介质}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r}}$ 真空中 $\varepsilon_r=\mu_r=1$ $C_{真空}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

$n=\frac{c}{v}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$



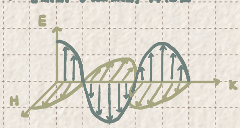
// 计算得 $\begin{cases}\vec{k}\cdot\vec{E_0}=0\\ \vec{k}\cdot\vec{H_0}=0\end{cases}$ ⟼ 电磁波为横波

$\vec{k}\times\vec{E_0}\sin(\omega t-k\cdot r)=\omega\mu_0\mu_r H_0\sin(\omega t-k\cdot r+\varphi)$

即 $\vec{k}\times E_0=\omega\mu_0\mu_r H_0$ ⟼ E H k 相互垂直

$\omega t-k\cdot r=\omega t-k\cdot r+\varphi$ 或 $\varphi=0$ ⟼ 电振动与磁振动同相位

$E_0=\sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}H_0$



// 电磁波传播伴随着能量的传播

$w=\frac{1}{2}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$

$\frac{dW}{dt}=\frac{d}{dt}\iiint_{(V)}w\,dV=\frac{1}{2}\iiint_{(V)}\frac{\partial}{\partial t}(D\cdot E+B\cdot H)dV$

$\Rightarrow -\frac{dW}{dt}=\iiint_{(V)}\nabla\cdot(E\times H)\,dV=\oint\!\!\oint_{(S)}(E\times H)\,dS$

[Remark] Guass: $\oint\!\!\oint_{(S)}\vec{A}\cdot d\vec{S}=\iiint_{(V)}\nabla\cdot\vec{A}\,dV$

Stokes: $\oint_{(L)}\vec{A}\cdot d\vec{l}=\oint\!\!\oint_{(S)}\nabla\times\vec{A}\,dS$

[Def] 令 $S=\vec{E}\times\vec{H}$ 称能流密度矢量 (坡印亭矢量)

$\bar{S}=\frac{1}{2}E_0H_0 \propto E_0^2, H_0^2$

[Def] 令 $\vec{g}=\frac{1}{c^2}\vec{S}$ 称电磁波动量密度

Summary 总结